反射テスト　線分の長さ　鈍角三角形と辺の長さ　01

1.　図形 ABC が鈍角三角形になるように x の範囲を求めよ.（ S 級 40 秒, A 級 1 分 30 秒, B 級 2 分, C 級 3 分 ）

(1)　$\mathrm{BC} = x$,　$\mathrm{CA} = 4$,　$\mathrm{AB} = 3$

(2)　$\mathrm{BC} = \mathrm{CA} = x$,　$\mathrm{AB} = 2$

2. 図形 ABC が鈍角三角形になるように x の範囲を求めよ.（ S 級 1 分 40 秒, A 級 2 分 10 秒, B 級 3 分 30 秒, C 級 5 分 ）

(1) $\mathrm{BC} = x$, $\mathrm{CA} = 5$, $\mathrm{AB} = 1$

(2) $\mathrm{BC} = x$, $\mathrm{CA} = x + 1$, $\mathrm{AB} = 5$

反射テスト　線分の長さ　鈍角三角形と辺の長さ　01　解答解説

1.　図形 ABC が鈍角三角形になるように x の範囲を求めよ.（ S 級 40 秒, A 級 1 分 30 秒, B 級 2 分, C 級 3 分 ）

★ 三角不等式
△ABC の三辺の長さを $\boldsymbol{a, b, c}$ とするとき　$\boldsymbol{|b-c| < a < b+c}$
（ 三角形の 1 辺は, 他の 2 辺の差より大きく, 和より小さい. ）

★ 鈍角三角形の条件
三辺 a, b, c をもつ三角形がある. ただし, c は最も長い辺とする. この時,
　　鈍角三角形　⇔　$\boldsymbol{a^2+b^2<c^2}$

(1)　$\mathrm{BC}=x$,　$\mathrm{CA}=4$,　$\mathrm{AB}=3$

三角形であるから,
$|4-3|<x<4+3 \quad \Leftrightarrow \quad 1<x<7 \quad \cdots①$
（ ☆ x が 2 に近いときと 8 に近いときは鈍角三角形 ）

鈍角三角形になるときは $\begin{cases} x^2+3^2<4^2 \quad \Leftrightarrow \quad -\sqrt{7}<x<\sqrt{7} \quad \Rightarrow \quad x>0 \text{ より}, \ 0<x<\sqrt{7} \quad \cdots② \\ 3^2+4^2<x^2 \quad \Leftrightarrow \quad x<-5 \text{ 又は } 5<x \quad \Rightarrow \quad x>0 \text{ より}, \ 5<x \quad \cdots③ \end{cases}$

① かつ「 ② 又は ③ 」より
　$\boldsymbol{1<x<\sqrt{7}}$ 又は $\boldsymbol{5<x<7}$　…答え

☆鋭角三角形の場合と異なり「 ② 又は ③ 」となることに注意. ②と③では最長の辺が異なり,「場合分け」の考え方になる.

(2)　$\mathrm{BC}=\mathrm{CA}=x$,　$\mathrm{AB}=2$

三角形であるから,
$|x-x|<2<x+x \quad \Leftrightarrow \quad 1<x \quad \cdots①$
（ ☆ x が 1 に近いときは鈍角三角形 ）

鈍角三角形になるときは $\begin{cases} x^2+x^2<2^2 \quad \Leftrightarrow \quad -\sqrt{2}<x<\sqrt{2} \quad \Rightarrow \quad x>0 \text{ より}, \ 0<x<\sqrt{2} \quad \cdots② \\ x^2+2^2<x^2 \quad \Leftrightarrow \quad x \text{ は解なし} \end{cases}$

① かつ「 ② 又は ③ 」より
　$\boldsymbol{1<x<\sqrt{2}}$　…答え

2. 図形 ABC が鈍角三角形になるように x の範囲を求めよ.（ S 級 1 分 40 秒, A 級 2 分 10 秒, B 級 3 分 30 秒, C 級 5 分 ）

(1) $\mathrm{BC}=x$, $\mathrm{CA}=5$, $\mathrm{AB}=1$

三角形であるから,

$|5-1|<x<5+1 \quad \Leftrightarrow \quad 4<x<6 \quad \cdots①$

（ ☆ x が 4 に近いときと 6 に近いときは鈍角三角形 ）

鈍角三角形になるときは $\begin{cases} x^2+1^2<5^2 \quad \Leftrightarrow \quad -2\sqrt{6}<x<2\sqrt{6} \quad \Rightarrow \quad x>0 \text{ より}, \ 0<x<2\sqrt{6} & \cdots② \\ 1^2+5^2<x^2 \quad \Leftrightarrow \quad x<-\sqrt{26} \text{ 又は } \sqrt{26}<x \quad \Rightarrow \quad x>0 \text{ より}, \ \sqrt{26}<x & \cdots③ \end{cases}$

① かつ「 ② 又は ③ 」より

$4<x<2\sqrt{6}$ 又は $\sqrt{26}<x<6$ …答え

(2) $\mathrm{BC}=x$, $\mathrm{CA}=x+1$, $\mathrm{AB}=5$

三角形であるから,

$|(x+1)-x|<5<(x+1)+x \quad \Leftrightarrow \quad 2<x \quad \cdots①$

（ ☆ x が 2 に近いときは鈍角三角形 ）

鈍角三角形になるときは $\begin{cases} x^2+(x+1)^2<5^2 \quad \Leftrightarrow \quad -4<x<3 \quad \Rightarrow \quad x>0 \text{ より}, \ 0<x<3 & \cdots② \\ x^2+5^2<(x+1)^2 \quad \Leftrightarrow \quad 12<x \quad \Rightarrow \quad x>0 \text{ より}, \ 12<x & \cdots③ \end{cases}$

① かつ「 ② 又は ③ 」より

$2<x<3$ 又は $12<x$ …答え