

## 反射テスト 線分の長さ 鋭角三角形と辺の長さ 01

1. 図形 ABC が鋭角三角形になるように  $x$  の範囲を求めよ。(S 級 40 秒, A 級 1 分 30 秒, B 級 2 分, C 級 3 分)

(1)  $BC = x$ ,  $CA = 5$ ,  $AB = 3$

(2)  $BC = CA = x$ ,  $AB = 2$

2. 図形 ABC が鋭角三角形になるように  $x$  の範囲を求めよ. ( S 級 1 分 20 秒, A 級 2 分 10 秒, B 級 3 分 30 秒, C 級 5 分 )

(1)  $BC = x$ ,  $CA = 6$ ,  $AB = 2$

(2)  $BC = x$ ,  $CA = x + 1$ ,  $AB = 5$

# 反射テスト 線分の長さ 鋭角三角形と辺の長さ 01 解答解説

1. 図形 ABC が鋭角三角形になるように  $x$  の範囲を求めよ。(S 級 40 秒, A 級 1 分 30 秒, B 級 2 分, C 級 3 分)

## ★ 三角不等式

$\triangle ABC$  の三辺の長さを  $a, b, c$  とするとき  $|b - c| < a < b + c$

(三角形の 1 辺は、他の 2 辺の差より大きく、和より小さい。)

## ★ 鋭角三角形の条件

三辺  $a, b, c$  をもつ三角形がある。ただし、 $c$  は最も長い辺とする。この時、

$$\text{鋭角三角形} \Leftrightarrow a^2 + b^2 > c^2$$

(1)  $BC = x, CA = 5, AB = 3$

三角形であるから、

$$|5 - 3| < x < 5 + 3 \Leftrightarrow 2 < x < 8 \quad \cdots \textcircled{1}$$

( ☆  $x$  が 2 に近いときと 8 に近いときは鈍角三角形 )

$$\text{鋭角三角形になるときは} \begin{cases} x^2 + 3^2 > 5^2 \Leftrightarrow x < -4 \text{ 又は } 4 < x \Rightarrow x > 0 \text{ より, } x > 4 & \cdots \textcircled{2} \\ 3^2 + 5^2 > x^2 \Leftrightarrow -\sqrt{34} < x < \sqrt{34} \Rightarrow x > 0 \text{ より, } 0 < x < \sqrt{34} & \cdots \textcircled{3} \end{cases}$$

① かつ ② かつ ③ より

$$4 < x < \sqrt{34} \quad \cdots \text{答え}$$

(2)  $BC = CA = x, AB = 2$

三角形であるから、

$$|x - x| < 2 < x + x \Leftrightarrow 1 < x \quad \cdots \textcircled{1}$$

( ☆  $x$  が 1 に近いときは鈍角三角形 )

$$\text{鋭角三角形になるときは} \begin{cases} x^2 + x^2 > 2^2 \Leftrightarrow x < -\sqrt{2} \text{ 又は } \sqrt{2} < x \Rightarrow x > 0 \text{ より, } \sqrt{2} < x & \cdots \textcircled{2} \\ x^2 + 2^2 > x^2 \Leftrightarrow x \text{ はあらゆる実数} \Rightarrow x > 0 \text{ より, } x > 0 & \cdots \textcircled{3} \end{cases}$$

① かつ ② かつ ③ より

$$\sqrt{2} < x \quad \cdots \text{答え}$$

2. 図形 ABC が鋭角三角形になるように  $x$  の範囲を求めよ。(S 級 1 分 20 秒, A 級 2 分 10 秒, B 級 3 分 30 秒, C 級 5 分)

(1)  $BC = x$ ,  $CA = 6$ ,  $AB = 2$

三角形であるから,

$$|6 - 2| < x < 6 + 2 \Leftrightarrow 4 < x < 8 \quad \cdots\textcircled{1}$$

( ☆  $x$  が 4 に近いときと 8 に近いときは鈍角三角形 )

$$\text{鋭角三角形になるときは} \begin{cases} x^2 + 2^2 > 6^2 & \Leftrightarrow x < -4\sqrt{2} \text{ 又は } 4\sqrt{2} < x \Rightarrow x > 0 \text{ より, } x > 4\sqrt{2} & \cdots\textcircled{2} \\ 2^2 + 6^2 > x^2 & \Leftrightarrow -2\sqrt{10} < x < 2\sqrt{10} \Rightarrow x > 0 \text{ より, } 0 < x < 2\sqrt{10} & \cdots\textcircled{3} \end{cases}$$

① かつ ② かつ ③ より

$$4\sqrt{2} < x < 2\sqrt{10} \quad \cdots\text{答え}$$

(2)  $BC = x$ ,  $CA = x + 1$ ,  $AB = 5$

三角形であるから,

$$|(x + 1) - x| < 5 < (x + 1) + x \Leftrightarrow 2 < x \quad \cdots\textcircled{1}$$

( ☆  $x$  が 2 に近いときは鈍角三角形 )

$$\text{鋭角三角形になるときは} \begin{cases} x^2 + (x + 1)^2 > 5^2 & \Leftrightarrow x < -4 \text{ 又は } 3 < x \Rightarrow x > 0 \text{ より, } 3 < x & \cdots\textcircled{2} \\ x^2 + 5^2 > (x + 1)^2 & \Leftrightarrow x < 12 \Rightarrow x > 0 \text{ より, } 0 < x < 12 & \cdots\textcircled{3} \end{cases}$$

① かつ ② かつ ③ より

$$3 < x < 12 \quad \cdots\text{答え}$$