

反射テスト 線分の長さ 三角形と辺の長さ 01

1. 図形 ABC が三角形になるように x の範囲を求めよ. (S 級 1 分 10 秒, A 級 1 分 50 秒, B 級 2 分 40 秒, C 級 4 分)

(1) $BC = x$, $CA = 4$, $AB = 3$

(2) $BC = x$, $CA = 2\sqrt{5}$, $AB = 3\sqrt{2}$

(3) $BC = CA = x$, $AB = 4$

(4) $BC = x + 2$, $CA = 2x$, $AB = 1$

2. 図形 ABC が三角形になるように x の範囲を求めよ. (S 級 1 分 20 秒, A 級 2 分, B 級 3 分, C 級 4 分 30 秒)

(1) $BC = x$, $CA = 6$, $AB = 1$

(2) $BC = x$, $CA = 7\sqrt{2}$, $AB = 3\sqrt{11}$

(3) $BC = x + 2$, $CA = x - 2$, $AB = 4$

(4) $BC = x + 4$, $CA = 3x$, $AB = 3$

反射テスト 線分の長さ 三角形と辺の長さ 01 解答解説

1. 図形 ABC が三角形になるように x の範囲を求めよ。(S 級 1 分 10 秒, A 級 1 分 50 秒, B 級 2 分 40 秒, C 級 4 分)

★ 三角不等式

$\triangle ABC$ の三辺の長さを a, b, c とするとき $|b - c| < a < b + c$

(三角形の 1 辺は, 他の 2 辺の差より大きく, 和より小さい.)

(1) $BC = x, CA = 4, AB = 3$

$$|4 - 3| < x < 4 + 3$$

$$\Leftrightarrow 1 < x < 7 \quad \dots\text{答え}$$

(2) $BC = x, CA = 2\sqrt{5}, AB = 3\sqrt{2}$

$$|2\sqrt{5} - 3\sqrt{2}| < x < 2\sqrt{5} + 3\sqrt{2}$$

$$\Leftrightarrow 2\sqrt{5} - 3\sqrt{2} < x < 2\sqrt{5} + 3\sqrt{2} \quad \dots\text{答え}$$

$$\star \begin{cases} 2\sqrt{5} = \sqrt{20} \\ 3\sqrt{2} = \sqrt{18} \end{cases} \Rightarrow 3\sqrt{2} < 2\sqrt{5}$$

(3) $BC = CA = x, AB = 4$

$$|x - x| < 4 < x + x \Leftrightarrow 2 < x$$

$$|x - 4| < x < x + 4 \Leftrightarrow 2 < x$$

$$\therefore 2 < x \quad \dots\text{答え}$$

☆理論的に解けば上の通りだが, 底辺が 4 の二等辺三角形をイメージできれば早い, 理論とイメージを合わせることが数学の王道.

(4) $BC = x + 2, CA = 2x, AB = 1$

$$|2x - 1| < x + 2 < 2x + 1 \Leftrightarrow 1 < x < 3$$

$$|1 - (x + 2)| < 2x < 1 + (x + 2) \Leftrightarrow 1 < x < 3$$

$$|(x + 2) - 2x| < 1 < (x + 2) + 2x \Leftrightarrow 1 < x < 3$$

$$\therefore 1 < x < 3 \quad \dots\text{答え}$$

☆結局どの辺を上の公式★の a にあてはめても結果は同じである. つまりどれか 1 つの辺について考えればよい. ちなみに, 1 つ詳解すると,

$$|2x - 1| < x + 2 < 2x + 1 \\ \Leftrightarrow \textcircled{1} |2x - 1| < x + 2 \quad \text{かつ} \quad \textcircled{2} x + 2 < 2x + 1$$

$$\textcircled{2} \Leftrightarrow 1 < x$$

$$\textcircled{1} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 1 \geq 0 \text{ のとき} & 2x - 1 < x + 2 \\ 2x - 1 \leq 0 \text{ のとき} & -(2x - 1) < x + 2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \frac{1}{2} \text{ かつ } x < 3 \\ x \leq \frac{1}{2} \text{ かつ } -\frac{1}{3} < x \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow -\frac{1}{3} < x < 3$$

$$\therefore \text{「}\textcircled{1} \text{ かつ } \textcircled{2}\text{」} \Leftrightarrow 1 < x < 3$$

2. 図形 ABC が三角形になるように x の範囲を求めよ. (S 級 1 分 20 秒, A 級 2 分, B 級 3 分, C 級 4 分 30 秒)

(1) $BC = x, CA = 6, AB = 1$

$$|6 - 1| < x < 6 + 1$$

$$\Leftrightarrow 5 < x < 7 \quad \dots \text{答え}$$

(2) $BC = x, CA = 7\sqrt{2}, AB = 3\sqrt{11}$

$$|7\sqrt{2} - 3\sqrt{11}| < x < 7\sqrt{2} + 3\sqrt{11}$$

$$\Leftrightarrow 3\sqrt{11} - 7\sqrt{2} < x < 3\sqrt{11} + 7\sqrt{2} \quad \dots \text{答え}$$

$$\star \begin{cases} 7\sqrt{2} = \sqrt{98} \\ 3\sqrt{11} = \sqrt{99} \end{cases} \Rightarrow 7\sqrt{2} < 3\sqrt{11}$$

(3) $BC = x + 2, CA = x - 2, AB = 4$

$$|(x + 2) - (x - 2)| < 4 < (x + 2) + (x - 2)$$

$$\Leftrightarrow 4 < 4 < 2x$$

$\therefore x$ は解なし \dots 答え

☆ x がどんな値でも $4 < 4$ は不成立.

(4) $BC = x + 4, CA = 3x, AB = 3$

$$|3x - 3| < x + 4 < 3x + 3$$

$$\Leftrightarrow \textcircled{1} |3x - 3| < x + 4 \quad \text{かつ} \quad \textcircled{2} x + 4 < 3x + 3$$

$$\textcircled{2} \Leftrightarrow \frac{1}{2} < x$$

$$\textcircled{1} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x - 3 \geq 0 \text{ のとき} & 3x - 3 < x + 4 \\ 3x - 3 \leq 0 \text{ のとき} & -(3x - 3) < x + 4 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \text{ かつ} & x < \frac{7}{2} \\ x \leq 1 \text{ かつ} & -\frac{1}{4} < x \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow -\frac{1}{4} < x < \frac{7}{2}$$

$$\therefore \text{「}\textcircled{1} \text{ かつ } \textcircled{2}\text{」} \Leftrightarrow \frac{1}{2} < x < \frac{7}{2} \quad \dots \text{答え}$$