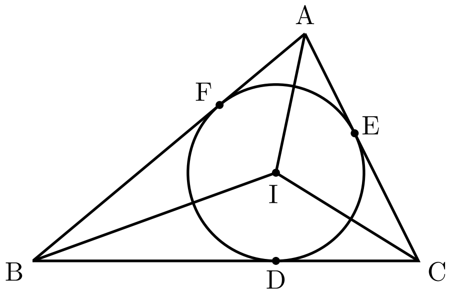
反射テスト　線分の長さ　三角形と内接円　01

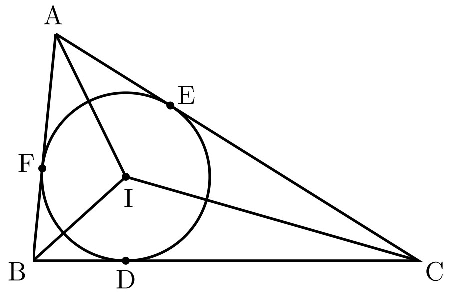
1.　△ABC の内心を I とする. 線分 AF, FB, BD, DC, CE, EA の長さを図に書き入れよ.

（ S 級 1 分 50 秒, A 級 3 分 20 秒, B 級 5 分, C 級 7 分 ）

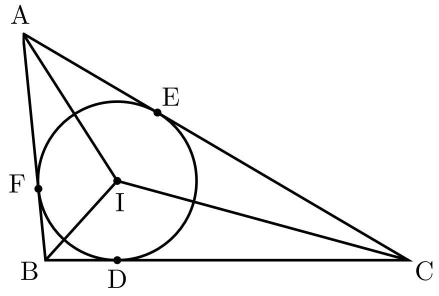
(1)　AF = 5 , BD = 10 , CE = 7



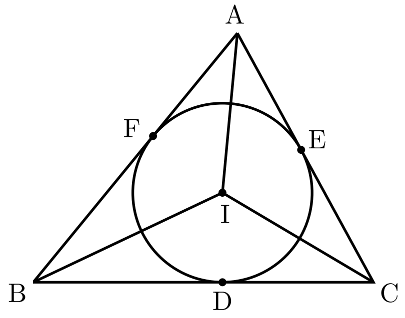
(2)　AB = 15 , DC = 16 , EA = 9



(3)　AB = 7 , BC = 13 , CA = 16



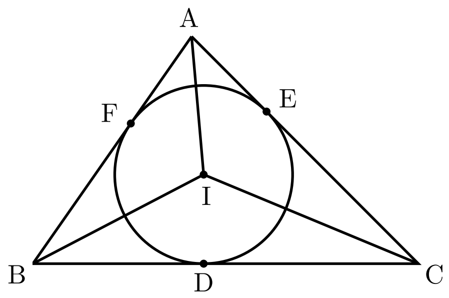
(4)　AB = 19 , AC = 16 , BD : DC = 4 : 3



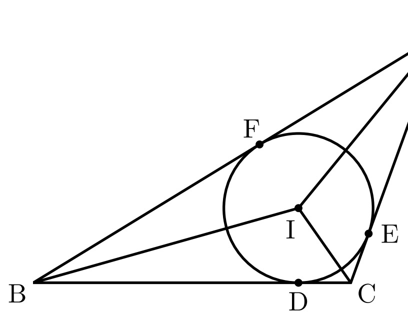
2. △ABC の内心を I とする. 線分 AF, FB, BD, DC, CE, EA の長さを図に書き入れよ.

（ S 級 1 分 40 秒, A 級 3 分 20 秒, B 級 5 分, C 級 7 分 ）

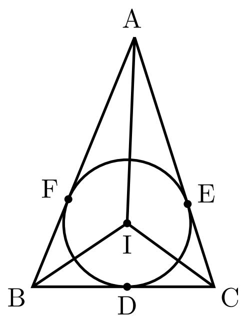
(1) BF = 10 , CD = 13 , AE = 6



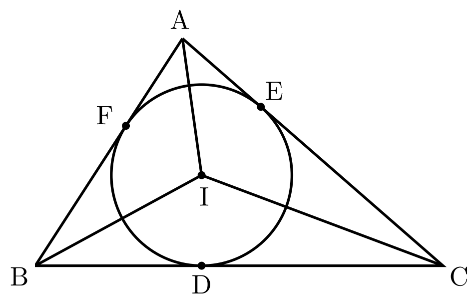
(2) BC = 21 , EC = 4 , AF = 14



(3) AB = 25 , BC = 15 , CA = 24



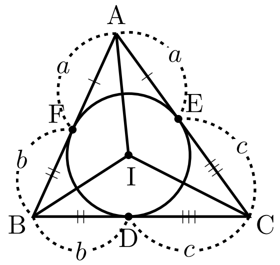
(4) BC = 28 , AF : FB = 2 : 3 , AE : EC = 1 : 2



反射テスト　線分の長さ　三角形と内接円　01　解答解説

1.　△ABC の内心を I とする. 線分 AF, FB, BD, DC, CE, EA の長さを図に書き入れよ.

（ S 級 1 分 50 秒, A 級 3 分 20 秒, B 級 5 分, C 級 7 分 ）



★ 内心とは三角形の内接円の中心.

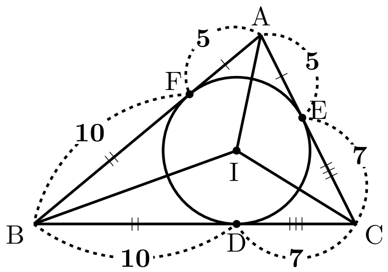
★円の接線は, 円外のある 1 点から **2 本** 引ける.

この 2 つ接線の長さ（ある 1 点から接点までの長さ）は等しい.

よって三角形と内接円が図のようにあれば, $\begin{cases} \mathrm{AE} = \mathrm{AF} \\ \mathrm{BF} = \mathrm{BD} \\ \mathrm{CD} = \mathrm{CE} \end{cases}$ となる.

以下の解説で, a , b , c はこの図の通りとする.

(1)　$\mathrm{AF} = 5$, $\mathrm{BD} = 10$, $\mathrm{CE} = 7$

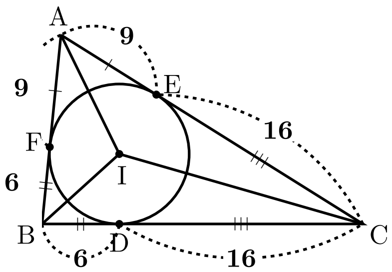


$a = \mathrm{AE} = \mathrm{AF} = 5$

$b = \mathrm{BF} = \mathrm{BD} = 10$

$c = \mathrm{CD} = \mathrm{CE} = 7$

(2)　$\mathrm{AB} = 15$, $\mathrm{DC} = 16$, $\mathrm{EA} = 9$

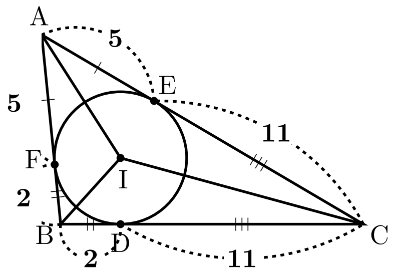


$a = \mathrm{AE} = \mathrm{AF} = 9$

$b = \mathrm{BF} = \mathrm{BD} = 15 - 9 = 6$

$c = \mathrm{CD} = \mathrm{CE} = 16$

(3)　$\mathrm{AB} = 7$, $\mathrm{BC} = 13$, $\mathrm{CA} = 16$



☆連立方程式を作って解く

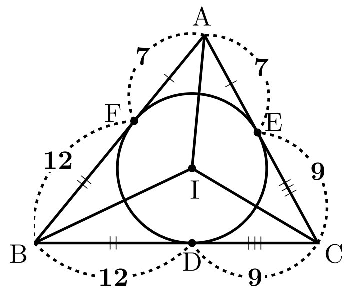
$$\begin{cases} a + b = 7 \\ b + c = 13 \\ c + a = 16 \end{cases} \Rightarrow \text{和 } 2a + 2b + 2c = 36$$

$\Rightarrow \quad a + b + c = 18$

これと最初の 3 つの式それぞれとの差から,

$$\therefore \begin{cases} a = 5 \\ b = 2 \\ c = 11 \end{cases}$$

(4)　$\mathrm{AB} = 19$, $\mathrm{AC} = 16$, $\mathrm{BD} : \mathrm{DC} = 4 : 3$



☆連立方程式を作って解く

$$\begin{cases} a + b = 19 \\ c + a = 16 \\ b : c = 4 : 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a + b = 19 \\ c + a = 16 \\ 3b = 4c \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 3a + 3b = 57 \\ 4c + 4a = 64 \\ 3b - 4c = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3a + 3b = 57 \\ 4a + 3b = 64 \end{cases}$$

$$\therefore \begin{cases} a = 7 \\ b = 12 \\ c = 9 \end{cases}$$

☆別解

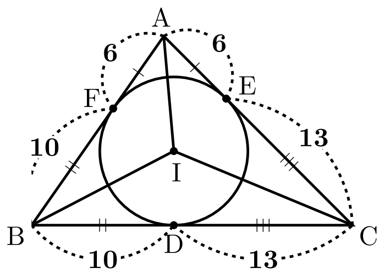
$\mathrm{BD} : \mathrm{DC} = 4 : 3$ から $\mathrm{BD} = 4x$, $\mathrm{DC} = 3x$ とおく.

$\mathrm{AF} = \mathrm{AE} \quad \Leftrightarrow \quad 19 - 4x = 16 - 3x \quad \Leftrightarrow \quad x = 3$

2. △ABC の内心を I とする．線分 AF, FB, BD, DC, CE, EA の長さを図に書き入れよ．

（ S 級 1 分 40 秒，A 級 3 分 20 秒，B 級 5 分，C 級 7 分 ）

(1)　BF $= 10$ ，CD $= 13$ ，AE $= 6$

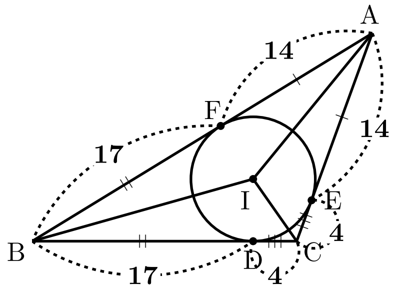


$a =$ AE $=$ AF $= 6$

$b =$ BF $=$ BD $= 10$

$c =$ CD $=$ CE $= 13$

(2)　BC $= 21$ ，EC $= 4$ ，AF $= 14$

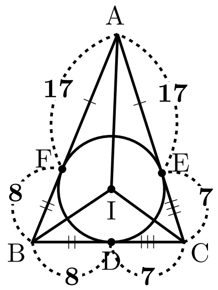


$a =$ AE $=$ AF $= 14$

$b =$ BF $=$ BD $= 21 - 4 = 17$

$c =$ CD $=$ CE $= 4$

(3)　AB $= 25$ ，BC $= 15$ ，CA $= 24$



☆連立方程式を作って解く

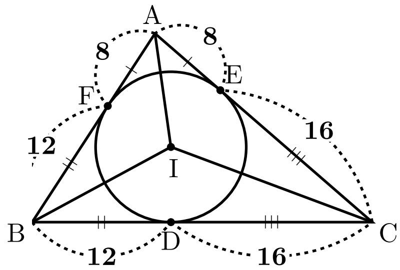
$$\begin{cases} a+b=25 \\ b+c=15 \\ c+a=24 \end{cases} \Rightarrow \text{和 } 2a+2b+2c=64$$

$\Rightarrow \quad a+b+c=32$

これと最初の 3 つの式それぞれとの差から，

$$\therefore \begin{cases} a=17 \\ b=8 \\ c=7 \end{cases}$$

(4)　BC $= 28$ ，AF : FB $= 2:3$ ，AE : EC $= 1:2$



☆連立方程式を作って解く

$$\begin{cases} b+c=28 \\ a:b=2:3 \\ a:c=1:2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b+c=28 \\ 3a=2b \\ 2a=c \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} b+c=28 \\ b=\frac{3}{2}a \\ c=2a \end{cases} \Rightarrow \frac{3}{2}a+2a=28$$

$$\therefore \begin{cases} a=8 \\ b=12 \\ c=16 \end{cases}$$

☆別解

AF : FB $= 2:3$ ，AE : EC $= 1:2$ から，

連比により，　$a:b:c=2:3:4$

$\Rightarrow \quad a=2x$ ，$b=3x$ ，$c=4x$ とおく．

BC $= 28 \quad \Leftrightarrow \quad 3x+4x=28 \quad \Leftrightarrow \quad x=4$