反射テスト　線分の長さ　対称性　三角形の合同・相似　折り返し　01

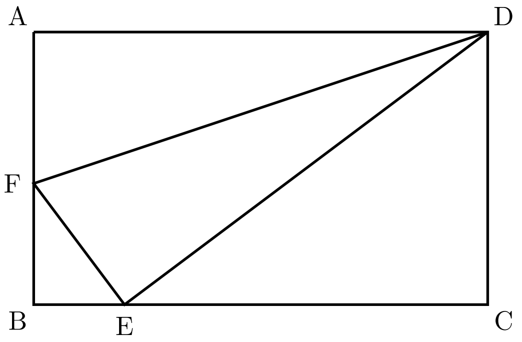
1.　CD $= 18\,\mathrm{cm}$, DA $= 30\,\mathrm{cm}$ の長方形がある. EC $= 24\,\mathrm{cm}$ となるような点 E を辺 BC 上にとって, A と E がぴったり重なるように折れば, 折り目が FD になる. 次の問に答えよ.　（ S 級 1 分 25 秒, A 級 2 分 40 秒, B 級 4 分, C 級 6 分 ）

(1)　∠EDC と等しい角をいえ.

(2)　FB の長さを求めよ.

(3)　下図で AE を引き, FD の交点を P とする. △AFP の面積を求めよ.

(4)　下図の △BEF を, FB を軸にして 1 回転させた立体の表面積を求めよ.
ただし円周率は 3.14 か π のどちらか好きな方を使ってよい.



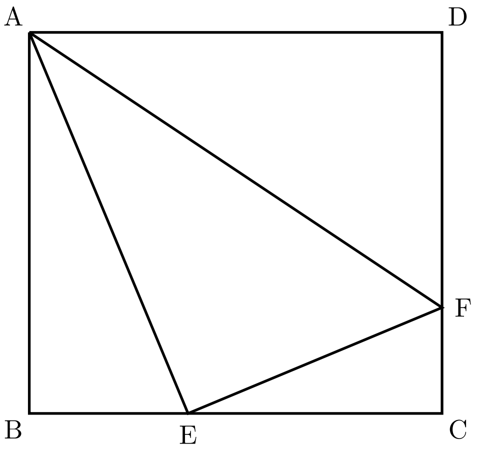
2. $\mathrm{AB}=36\,\mathrm{cm}$, $\mathrm{BC}=39\,\mathrm{cm}$ の長方形がある. $\mathrm{BE}=15\,\mathrm{cm}$ となるような点 E を辺 BC 上にとって, D と E がぴったり重なるように折れば, 折り目が AF になる. 次の問に答えよ. (S 級 1 分 25 秒, A 級 2 分 40 秒, B 級 4 分, C 級 6 分)

(1) $\angle\mathrm{BAE}$ と等しい角をいえ.

(2) CF の長さを求めよ.

(3) 下図で DE を引き, AF の交点を P とする. $\triangle\mathrm{PFD}$ の面積を求めよ.

(4) 下図の $\triangle\mathrm{CFE}$ を, EC を軸にして 1 回転させた立体の表面積を求めよ.
ただし円周率は 3.14 か π のどちらか好きな方を使ってよい.



反射テスト　線分の長さ　対称性　三角形の合同・相似　折り返し　01　解答解説

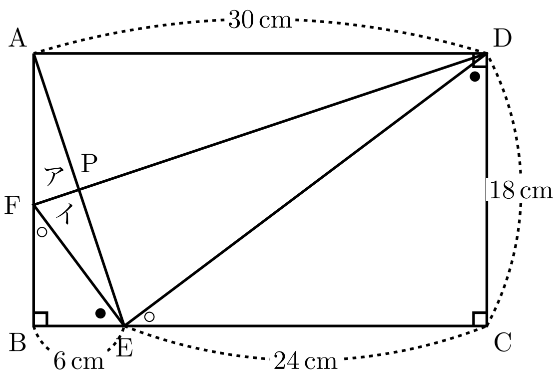
1.　CD $= 18$ cm, DA $= 30$ cm の長方形がある．EC $= 24$ cm となるような点 E を辺 BC 上にとって，A と E がぴったり重なるように折れば，折り目が FD になる．次の問に答えよ．　（ S 級 1 分 25 秒，A 級 2 分 40 秒，B 級 4 分，C 級 6 分 ）

(1)　$\angle$EDC と等しい角をいえ．

(2)　FB の長さを求めよ．

(3)　下図で AE を引き，FD の交点を P とする．$\triangle$AFP の面積を求めよ．

(4)　下図の $\triangle$BEF を，FB を軸にして 1 回転させた立体の表面積を求めよ．
ただし円周率は 3.14 か π のどちらか好きな方を使ってよい．



★ 折る問題では，等辺記号・等角記号など わかること，わかったことを図に書き込む

(1)　**★ 図形の基本は三角形**
左図のように$\angle$EDC を●，$\angle$CED を○とする．
直角三角形 CDE から，● + ○ $= 90°$ ．
$\angle$DEF が直角だから，$\angle$CED(○) + $\angle$FEB $= 90°$ ．
よって，$\angle$FEB = ● ．
　∴　**$\angle$FEB**

★ 同じ角度が 3 つ並ぶと相似
以上から，左図$\angle$B，$\angle$DEF，$\angle$C のように
90°が 3 つ並ぶような場合，両脇の三角形が相似になる．
左図の場合，$\triangle$FBE と $\triangle$ECD が相似になる．

(2)　BE $= 30 - 24 = 6$ cm
★ 図形の基本は三角形
⇒　求めたい FB を一辺とする三角形を考える．
(1) から，$\triangle$FBE と $\triangle$ECD が相似．
EC : CD $= 24 : 18 = 4 : 3$　⇒　FB : BE = ④ : ③　← **★ 直角三角形みよごちゃん**　図に書き込もう．
よって，③ $= 6$ cm　⇒　① $= 6 \div 3 = 2$
FB = ④ $= 2 \times 4 =$ **8 cm**

(3)　アとイが合同だから，求める三角形 AFP の面積は，$\triangle$AFE の面積の半分である．

$$\triangle \mathrm{AFP} = \triangle \mathrm{AFE} \times \frac{1}{2}$$
$$= \left(\text{底辺 AF} \times \text{高さ BE} \times \frac{1}{2}\right) \times \frac{1}{2} = \left\{(18-8) \times 6 \times \frac{1}{2}\right\} \times \frac{1}{2} = \mathbf{15\ cm^2}$$

☆別解　AE ⊥ FD に注目．$\triangle$AFD に**★ アーキタスの定理** を適用して，
FP : DP $=$ AF^2 : AD$^2 = 1 : 9$　⇒　$\triangle \mathrm{AFP} = \dfrac{1}{1+9} \triangle \mathrm{AFD}$　(他にも別解多数)

(4)　**★ 直角三角形の回転体は円すい**
底面の半径が BE，母線 FE，高さ FB の円すいができる．
母線の長さ FE = FA $= 18 - 8 = 10$ cm
よって，

円すいの表面積	=	円すいの側面積	+	円すいの底面積
	=	母線 × 底面の半径 × 3.14	+	底面の半径 × 底面の半径 × 3.14
	=	$10 \times 6 \times 3.14$	+	$6 \times 6 \times 3.14$
	=	$(10+6) \times 6 \times 3.14$		
	=	$96 \times 3.14 =$ **301.44 cm^2**		

円周率を π として計算した場合，答えは **96π cm^2**

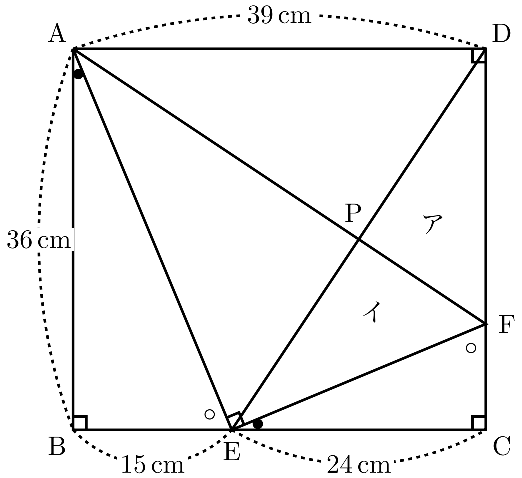
2. AB = 36 cm, BC = 39 cm の長方形がある. BE = 15 cm となるような点 E を辺 BC 上にとって, D と E がぴったり重なるように折れば, 折り目が AF になる. 次の問に答えよ. (S 級 1 分 25 秒, A 級 2 分 40 秒, B 級 4 分, C 級 6 分)

(1) ∠BAE と等しい角をいえ.

(2) CF の長さを求めよ.

(3) 下図で DE を引き, AF の交点を P とする. △PFD の面積を求めよ.

(4) 下図の △CFE を, EC を軸にして 1 回転させた立体の表面積を求めよ.
ただし円周率は 3.14 か π のどちらか好きな方を使ってよい.



★ 折る問題では, 等辺記号・等角記号など
わかること, わかったことを図に書き込む

(1) **★ 図形の基本は三角形**
左図のように∠BAE を●, ∠AEB を○とする.
直角三角形 ABE から, ● + ○ = 90° .
∠AEF が直角だから, ∠AEB(○) + ∠FEC = 90° .
よって, ∠FEC = ● .
∴ **∠CEF**

★ 同じ角度が 3 つ並ぶと相似
以上から, 左図∠B, ∠AEF, ∠C のように
90°が 3 つ並ぶような場合, 両脇の三角形が相似になる.
左図の場合, △BEA と △CFE が相似になる.

(2) EC = 39 − 15 = 24 cm
★ 図形の基本は三角形
⇒ 求めたい CF を一辺とする三角形を考える.
(1) から, △CFE と △BEA が相似.
AB : BE = 36 : 15 = 12 : 5 ⇒ EC : CF = ⑫ : ⑤ ← ☆図に書き込もう.
よって, ⑫ = 24 cm ⇒ ① = 24 ÷ 12 = 2
CF = ⑤ = 2 × 5 = **10 cm**

(3) アとイが合同だから, 求める三角形 PFD の面積は, △DEF の面積の半分である.

$$\triangle \mathrm{PFD} = \triangle \mathrm{DEF} \times \frac{1}{2}$$
$$= \left(\text{底辺 DF} \times \text{高さ EC} \times \frac{1}{2}\right) \times \frac{1}{2} = \left\{(36-10) \times 24 \times \frac{1}{2}\right\} \times \frac{1}{2} = \mathbf{156\ cm^2}$$

☆別解 AF ⊥ DE に注目. △AFD に **★ アーキタスの定理** を適用して,

$$\mathrm{AP} : \mathrm{FP} = \mathrm{DA}^2 : \mathrm{DF}^2 = 9 : 4 \quad \Rightarrow \quad \triangle \mathrm{PFD} = \frac{4}{9+4} \triangle \mathrm{AFD}$$

(他にも別解多数)

(4) **★ 直角三角形の回転体は円すい**
底面の半径が CF, 母線 EF, 高さ EC の円すいができる.
母線の長さ EF = DF = 36 − 10 = 26 cm
よって,

円すいの表面積	=	円すいの側面積	+	円すいの底面積
	=	母線 × 底面の半径 × 3.14	+	底面の半径 × 底面の半径 × 3.14
	=	26 × 10 × 3.14	+	10 × 10 × 3.14
	=	(26 + 10) × 10 × 3.14		
	=	360 × 3.14 = **1130.4 cm²**		

円周率を π として計算した場合, 答えは $\mathbf{360\pi\ cm^2}$