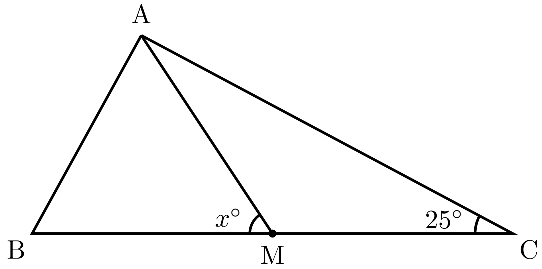
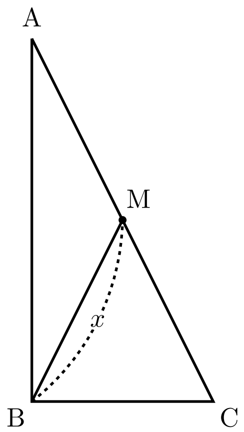
反射テスト　平面図形　直角三角形の外心　0901

1.　△ABC は直角三角形である．x を求めよ．（ S 級 30 秒, A 級 1 分 20 秒, B 級 2 分, C 級 3 分 ）

(1)　$\angle \mathrm{CAB} = 90^\circ$ であり, M は BC の中点とする．

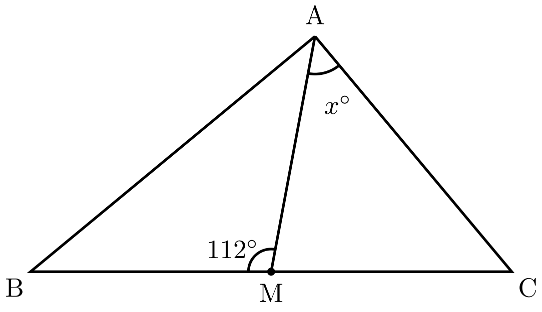


(2)　$\angle \mathrm{ABC} = 90^\circ$, $\mathrm{AB} = 8$, $\mathrm{BC} = 4$ であり, M は AC の中点とする．

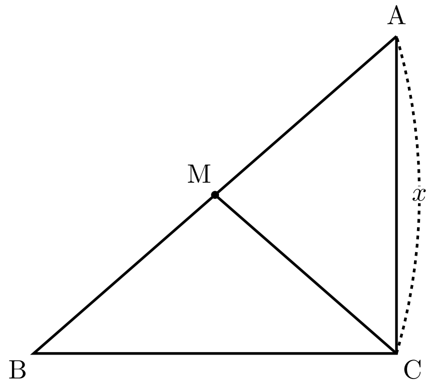


2. $\triangle$ABC は直角三角形である. x を求めよ.（ S 級 45 秒, A 級 1 分 30 秒, B 級 2 分, C 級 3 分 ）

(1) $\angle\mathrm{CAB} = 90^\circ$ であり, M は BC の中点とする.

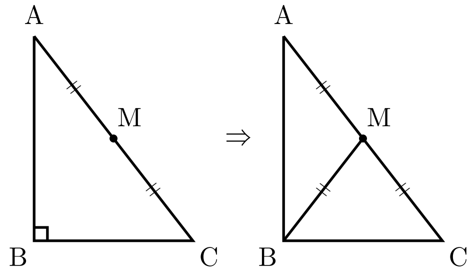


(2) $\angle\mathrm{BCA} = 90^\circ$, $\mathrm{BC} = 10$, $\mathrm{CM} = 7$ であり, M は AB の中点とする.



反射テスト　平面図形　直角三角形の外心　0901　解答解説

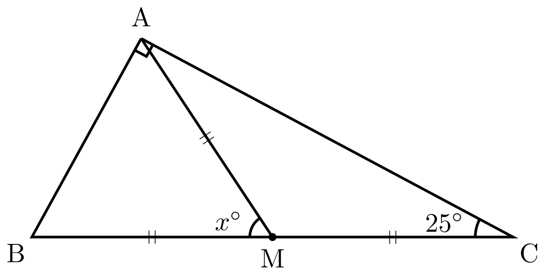
1.　△ABC は直角三角形である．x を求めよ．(S 級 30 秒, A 級 1 分 20 秒, B 級 2 分, C 級 3 分)



★ 直角三角形の外心は斜辺の中点

$\angle$B を直角とする直角三角形 ABC を考える．
AC を直径とする円を描くと, $\angle ABC = 90^\circ$ より,
円周角の定理の逆から, 点 B は円周上にあることがわかる．
AC はこの円の直径であるから, 斜辺 AC の中点 M は円の中心．
よって, MA = MB = MC.
すなわち, △MAB と △MBC は M を頂角とする二等辺三角形である．

(1)　$\angle CAB = 90^\circ$ であり, M は BC の中点とする．

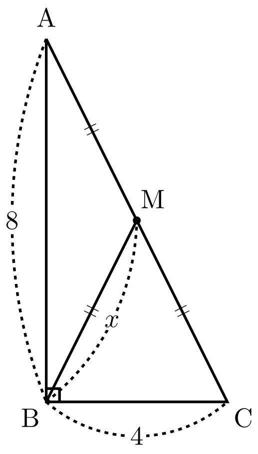


直角三角形 ABC の斜辺の中点 M は
三角形 ABC の外心であるから,
MA = MB = MC であり,
△MAB と △MCA は M を頂角とする二等辺三角形である．

よって,　$\angle MAC = \angle MCA = 25^\circ$
ゆえに,　$x^\circ = 25^\circ + 25^\circ = \mathbf{50^\circ}$

別解　外心の知識がなくても, M から CA,AB に垂線を引ければ解ける．

(2)　$\angle ABC = 90^\circ$, AB = 8 , BC = 4 であり, M は AC の中点とする．

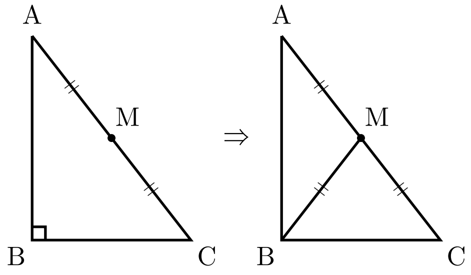


直角三角形 ABC の斜辺の中点 M は
三角形 ABC の外心であるから,
MA = MB = MC であり,
△MAB と △MBC は M を頂角とする二等辺三角形である．

三平方の定理から,　$AC = \sqrt{8^2 + 4^2} = 4\sqrt{5}$
ゆえに,　$x = MB = \dfrac{1}{2}AC = \dfrac{1}{2} \cdot 4\sqrt{5} = \mathbf{2\sqrt{5}}$

別解　外心の知識がなくても, M から AB,BC に垂線を引ければ解ける．

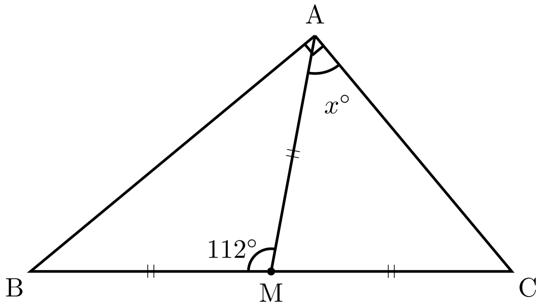
2.　△ABC は直角三角形である．x を求めよ．(S 級 45 秒，A 級 1 分 30 秒，B 級 2 分，C 級 3 分)



★ 直角三角形の外心は斜辺の中点

$\angle$B を直角とする直角三角形 ABC を考える．
AC を直径とする円を描くと，$\angle \mathrm{ABC} = 90^\circ$ より，
円周角の定理の逆から，点 B は円周上にあることがわかる．
AC はこの円の直径であるから，斜辺 AC の中点 M は円の中心．
よって，$\mathrm{MA} = \mathrm{MB} = \mathrm{MC}$．
すなわち，△MAB と △MBC は M を頂角とする二等辺三角形である．

(1)　$\angle \mathrm{CAB} = 90^\circ$ であり，M は BC の中点とする．

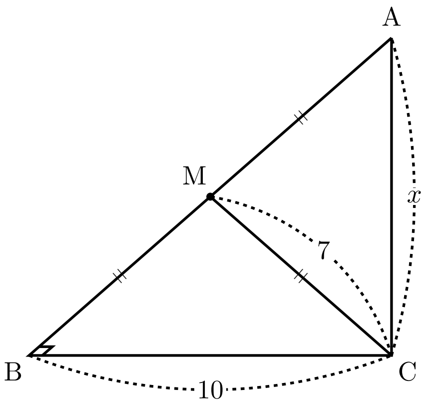


直角三角形 ABC の斜辺の中点 M は
三角形 ABC の外心であるから，
$\mathrm{MA} = \mathrm{MB} = \mathrm{MC}$ であり，
△MAB と △MCA は M を頂角とする二等辺三角形である．

よって，　$\angle \mathrm{MCA} = \angle \mathrm{MAC} = x^\circ$
ゆえに，　$2x^\circ = 112^\circ \quad \Leftrightarrow x^\circ = \mathbf{56^\circ}$

別解　外心の知識がなくても，M から CA,AB に垂線を引ければ解ける．

(2)　$\angle \mathrm{BCA} = 90^\circ$，$\mathrm{BC} = 10$，$\mathrm{CM} = 7$ であり，M は AB の中点とする．



直角三角形 ABC の斜辺の中点 M は
三角形 ABC の外心であるから，
$\mathrm{MA} = \mathrm{MB} = \mathrm{MC}$ であり，
△MBC と △MCA は M を頂角とする二等辺三角形である．

ゆえに，　$\mathrm{AB} = 2\mathrm{CM} = 2 \cdot 7 = 14$
三平方の定理から，　$x = \mathrm{CA} = \sqrt{14^2 - 10^2} = \sqrt{96} = \mathbf{4\sqrt{6}}$

別解　外心の知識がなくても，M から BC,CA に垂線を引ければ解ける．