反射テスト　平面図形　ビリヤード問題　02

1. 　$\mathrm{AB}=6\,\mathrm{cm}$, $\mathrm{AD}=4\,\mathrm{cm}$ の長方形 ABCD がある．点 A から図 1 のように球が打ち出され 辺に当たったときは同じ角度ではね返り，頂点 A, B, C, D のいずれかに到達すると止まる．次の問に答えよ．(S 級 1 分 40 秒，A 級 3 分，B 級 6 分，C 級 10 分)

(1)　頂点 A から球が打ち出されて，3 回目に辺にあたる点を Q とする．図 2 のように点 Q が辺 CD の中点であるとき，球が点 A から点 Q まで進んだ距離を求めよ．

(2)　図 3 のように$\angle\mathrm{PAD}=45^\circ$のとき，頂点 A, B, C, D のいずれの点に到達するかして止まるか．またそのとき，球が辺ではね返るのは何回か求めよ．

図 1

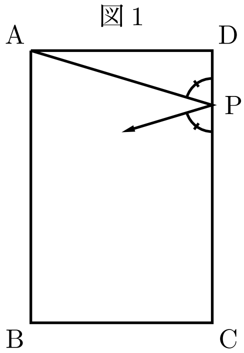


図 2

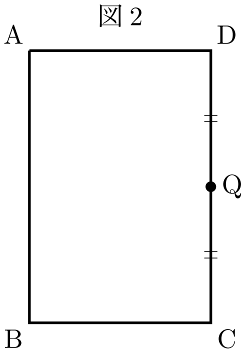
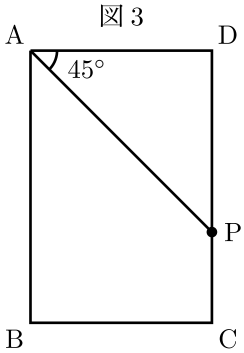


図 3



2. AB $=8\,\mathrm{cm}$, AD $=6\,\mathrm{cm}$ の長方形 ABCD がある．点 A から図 1 のように球が打ち出され 辺に当たったときは同じ角度ではね返り，頂点 A, B, C, D のいずれかに到達すると止まる．次の問に答えよ．（ S 級 1 分 40 秒，A 級 3 分，B 級 6 分，C 級 10 分 ）

(1) 頂点 A から球が打ち出されて，4 回目に辺にあたる点を Q とする．図 2 のように点 Q が辺 AB の中点であるとき，球が点 A から点 Q まで進んだ距離を求めよ．

(2) 図 3 のように $\angle \mathrm{PAD}=45^\circ$ のとき，頂点 A, B, C, D のいずれの点に到達するかして止まるか．またそのとき，球が辺ではね返るのは何回か求めよ．

図 1

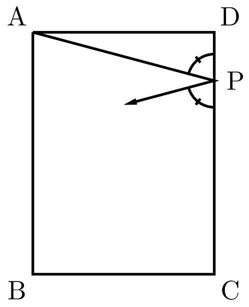


図 2

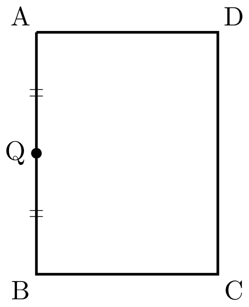
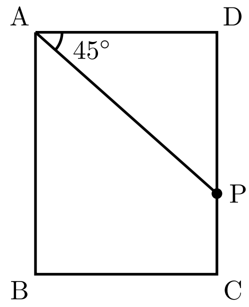


図 3

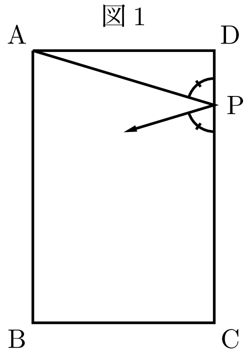


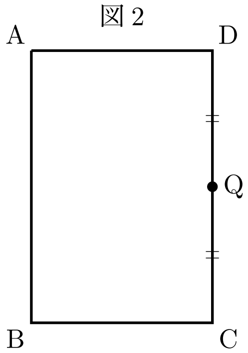
反射テスト　平面図形　ビリヤード問題　02　解答解説

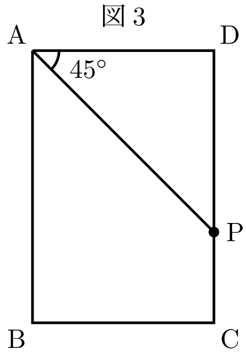
1.　$\mathrm{AB}=6\,\mathrm{cm}$, $\mathrm{AD}=4\,\mathrm{cm}$ の長方形 ABCD がある．点 A から図 1 のように球が打ち出され 辺に当たったときは同じ角度ではね返り，頂点 A, B, C, D のいずれかに到達すると止まる．次の問に答えよ．（ S 級 1 分 40 秒，A 級 3 分，B 級 6 分，C 級 10 分 ）

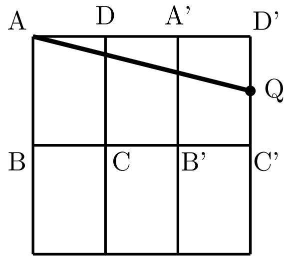
(1)　頂点 A から球が打ち出されて，3 回目に辺にあたる点を Q とする．図 2 のように点 Q が辺 CD の中点であるとき，球が点 A から点 Q まで進んだ距離を求めよ．

(2)　図 3 のように $\angle\mathrm{PAD}=45^\circ$ のとき，頂点 A, B, C, D のいずれの点に到達するかして止まるか．またそのとき，球が辺ではね返るのは何回か求めよ．





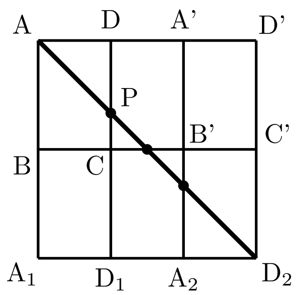




(1)　★反 射⇒鏡のイメージ

ビリヤードにバンクショットという技がある．直接穴 (ポケット) を狙えないときに，かべ (クッション) を使う技である．このとき，かべの向こう側にもう 1 つビリヤード台をイメージするとねらいやすい．かべを鏡にみたてて，鏡にうつったポケットを想像し，そこをねらう．(実際は力加減やひねりも考えなければいけない.) 鏡合わせををすると無限の虚像が現れるのを体験したことがあるだろうか．何回もクッションを使いたいなら，鏡合わせの要領でビリヤード台をいくつも連ねるといい．左図はそのイメージにそくして，長方形 ABCD が鏡 CD のむこう側に作るイメージを連ねたものである．2 回かべに当たって，3 回目に点 Q に到達するということは，左図の点 Q に着くということ．(図での太線 AQ)

$\mathrm{AD}'=4\times3=12$　$\mathrm{D}'\mathrm{Q}=6\div2=3$　$\Rightarrow$　$\mathrm{AQ}=\sqrt{12^2+3^2}=\mathbf{3\sqrt{17}\,cm}$



(2)　★反 射⇒鏡のイメージ

$\angle\mathrm{PAD}=45^\circ$ ということは，左図のように正方形の対角線をイメージできる．

よって $\mathrm{AA_1}=\mathrm{AD}'$ は 4 と 6 の最小公倍数より 12 cm である．

つまり左図の四角形 $\mathrm{AA_1D_2D}'$が正方形になる．

最後は $\mathrm{D_2}$ に到達するので 止まる点は **D**

左図から黒点・のところで跳ね返ることがわかるので，黒点を数える．

辺で跳ね返る回数は **3 回**

2. 　$AB = 8\,\mathrm{cm}$, $AD = 6\,\mathrm{cm}$ の長方形 ABCD がある. 点 A から図 1 のように球が打ち出され 辺に当たったときは同じ角度ではね返り, 頂点 A, B, C, D のいずれかに到達すると止まる. 次の問に答えよ. (S 級 1 分 40 秒, A 級 3 分, B 級 6 分, C 級 10 分)

(1)　頂点 A から球が打ち出されて, 4 回目に辺にあたる点を Q とする. 図 2 のように点 Q が辺 AB の中点であるとき, 球が点 A から点 Q まで進んだ距離を求めよ.

(2)　図 3 のように $\angle PAD = 45°$ のとき, 頂点 A, B, C, D のいずれの点に到達するかして止まるか. またそのとき, 球が辺ではね返るのは何回か求めよ.

図 1

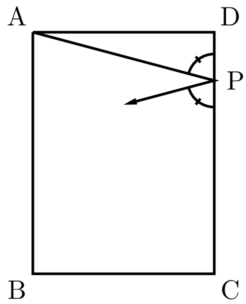


図 2

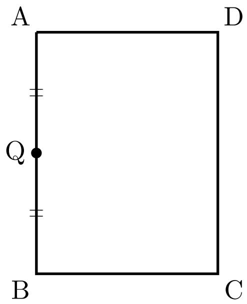
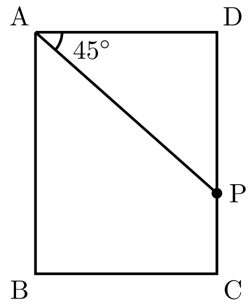
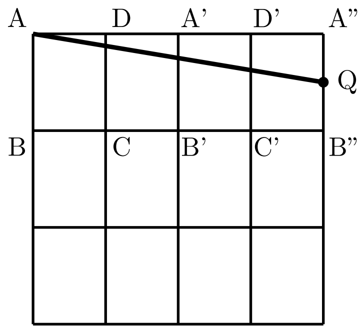


図 3



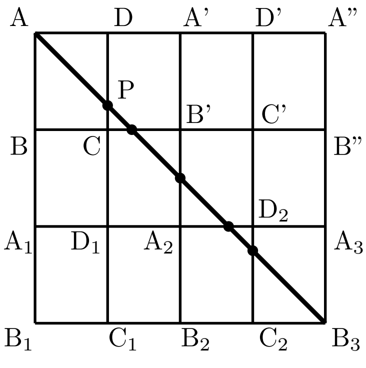


(1)　**★反**射⇒鏡のイメージ

左図は長方形 ABCD が鏡 CD のむこう側に作るイメージを連ねたものである.

3 回かべに当たって, 4 回目に点 Q に到達するということは, 左図の点 Q に着くということ. (図での太線 AQ)

$AA'' = 6 \times 4 = 24$　$A''Q = 8 \div 2 = 4$　⇒　$AQ = \sqrt{24^2 + 4^2} = \mathbf{4\sqrt{37}\,cm}$



(2)　**★反**射⇒鏡のイメージ

$\angle PAD = 45°$ ということは, 左図のように正方形の対角線をイメージできる.

よって $AB_1 = AA''$ は 6 と 8 の最小公倍数より 24 cm である.

つまり左図の四角形 AB_1B_3A''が正方形になる.

最後は B_3 に到達するので 止まる点は **B**

左図から黒点・のところで跳ね返ることがわかるので, 黒点を数える.

辺で跳ね返る回数は **5 回**