

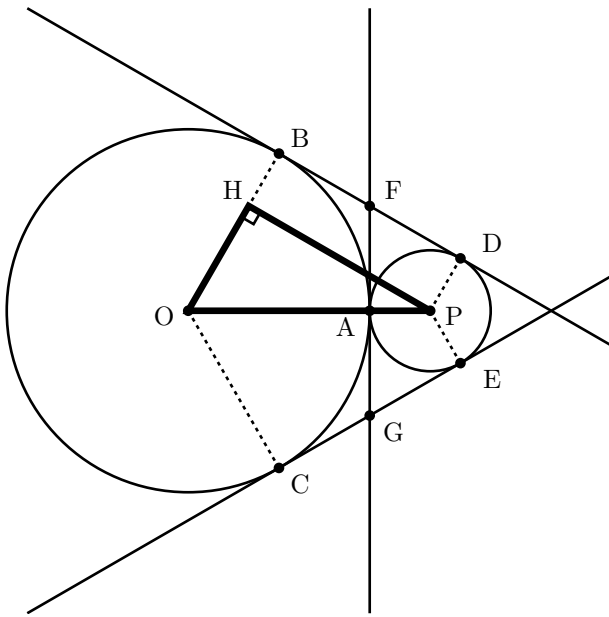
反射テスト 線分の長さ 三平方の定理 2円と接線 01

1. 互いに外接する、半径 6cm の円 O と、半径 2cm の円 P がある。この2円の共通内接線を、2円の共通外接線2本が切り取る部分の長さを求めよ。
(S 級 50 秒, A 級 2 分, B 級 3 分 30 秒, C 級 5 分)

2. 互いに外接する、半径 5cm の円 O と、半径 3cm の円 P がある。この 2 円の共通内接線を、2 円の共通外接線 2 本が切り取る部分の長さを求めよ。
(S 級 55 秒, A 級 2 分, B 級 3 分 30 秒, C 級 5 分)

反射テスト 線分の長さ 三平方の定理 2円と接線 01 解答解説

1. 互いに外接する、半径6cmの円Oと、半径2cmの円Pがある。この2円の共通内接線を、2円の共通外接線2本が切り取る部分の長さを求めよ。
(S級50秒, A級2分, B級3分30秒, C級5分)



- ★ 共通内接線 2円の間にある接線 (左図のFG)
- ★ 共通外接線 2円が同じ方向にある接線 (左図のBD・CE)
つまり線分FGの長さを求めたい。
- ★ 円外の点から接点までの距離は等しいので、
FA = FB かつ FA = FD
対称性から、FG = 2FA = FB + FD = BD

- ★ 図形の基本は三角形 台形の補助線は垂線
点PからOBに垂線を下ろし、その足をHとすると、

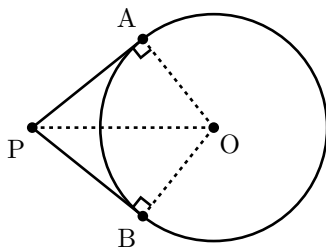
$$BD = PH = \sqrt{PO^2 - OH^2} \\ = \sqrt{(6+2)^2 - (6-2)^2} = 4\sqrt{3}$$

$$\therefore FG = BD = 4\sqrt{3} \text{ cm}$$

☆補足

- ★ 円外の点から接点までの距離は等しい。

下図で、接線PAとPBが等しいことを証明してみよう。



△POAと△POBにおいて

$$PO = PO \quad (\text{共通})$$

$$OA = OB \quad (\text{同一円の半径})$$

$$\angle OAP = \angle OBP = 90^\circ \quad (\text{PA, PBは接線})$$

斜辺ともう1つの辺がそれぞれ等しい直角三角形であるから、

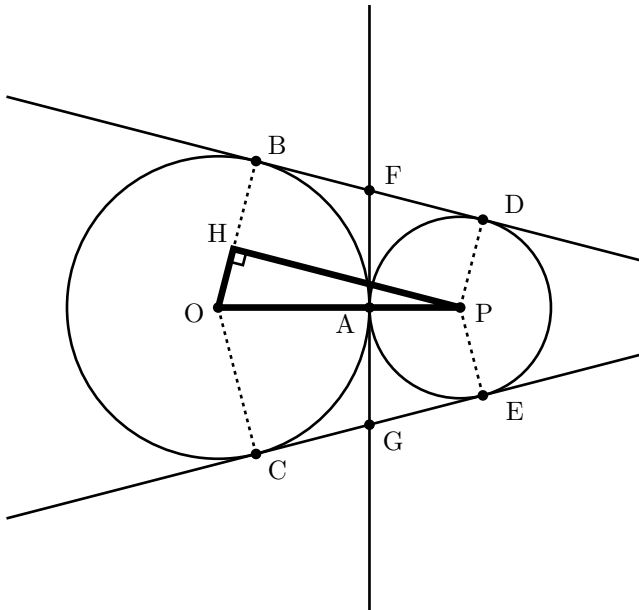
$$\triangle POA \equiv \triangle POB$$

対応する辺の長さは等しいから PA = PB

- ★ 直角三角形の合同条件

- ① 斜辺ともう1つの辺がそれぞれ等しい直角三角形
- ② 斜辺ともう1つの鋭角がそれぞれ等しい直角三角形

2. 互いに外接する、半径 5cm の円 O と、半径 3cm の円 P がある。この 2 円の共通内接線を、2 円の共通外接線 2 本が切り取る部分の長さを求めよ。
(S 級 55 秒, A 級 2 分, B 級 3 分 30 秒, C 級 5 分)



- ★ 共通内接線 2 円の間にある接線 (左図の FG)
- ★ 共通外接線 2 円が同じ方向にある接線 (左図の BD・CE)
つまり線分 FG の長さを求めたい。
- ★ 円外の点から接点までの距離は等しいので、
FA = FB かつ FA = FD
対称性から、FG = 2FA = FB + FD = BD

- ★ 図形の基本は三角形 台形の補助線は垂線
点 P から OB に垂線を下ろし、その足を H とすると、

$$\begin{aligned} BD = PH &= \sqrt{PO^2 - OH^2} \\ &= \sqrt{(5+3)^2 - (5-3)^2} = 2\sqrt{15} \end{aligned}$$

$$\therefore FG = BD = 2\sqrt{15} \text{ cm}$$