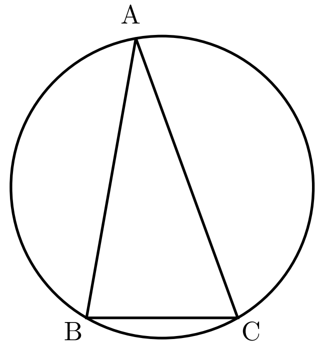
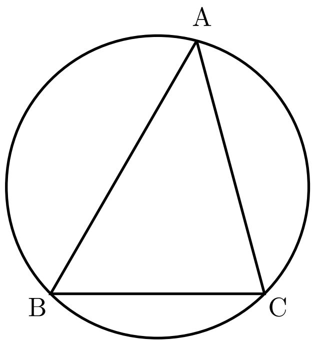
反射テスト　線分の長さ　円の半径と弦　01

1.　次の円の半径を求めよ.（ S 級 50 秒, A 級 1 分 40 秒, B 級 3 分, C 級 5 分 ）

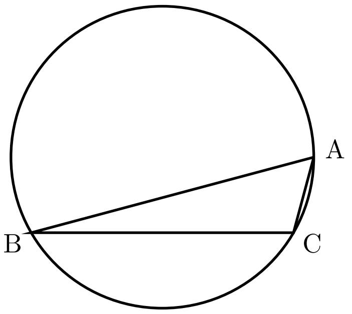
(1)　$\mathrm{BC} = 9$,　$\angle \mathrm{BAC} = 30^\circ$



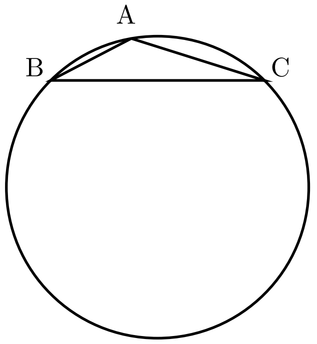
(2)　$\mathrm{BC} = 6$,　$\angle \mathrm{BAC} = 45^\circ$



(3)　$\mathrm{BC} = 6$,　$\angle \mathrm{BAC} = 60^\circ$

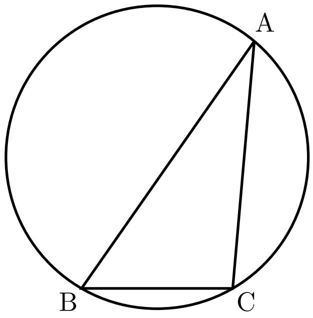


(4)　$\mathrm{BC} = a$,　$\angle \mathrm{BAC} = 135^\circ$

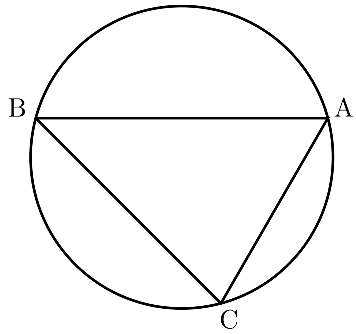


2.　次の問に答えよ.（ S 級 2 分, A 級 3 分 30 秒, B 級 5 分, C 級 7 分 ）

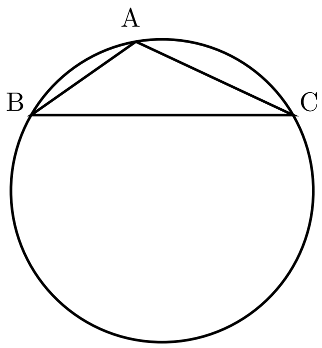
（1）　円の半径 5，$\angle \mathrm{BAC} = 30^\circ$
BC の長さを求めよ.



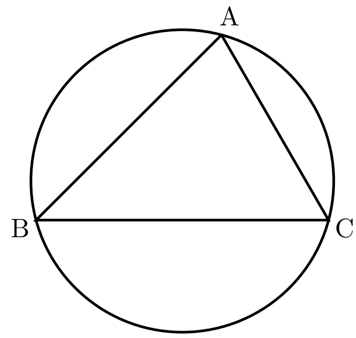
（2）　$\mathrm{CA} = 12$，$\angle \mathrm{BCA} = 70^\circ$，$\angle \mathrm{BAC} = 65^\circ$
円の半径を求めよ.



（3）　$\mathrm{BC} = a$，$\angle \mathrm{BAC} = 120^\circ$
円の半径を a で表せ.

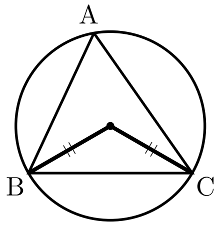


（4）　円の半径 2，$\angle \mathrm{BAC} = 75^\circ$
BC の長さを求めよ.



反射テスト　線分の長さ　円の半径と弦　01　解答解説

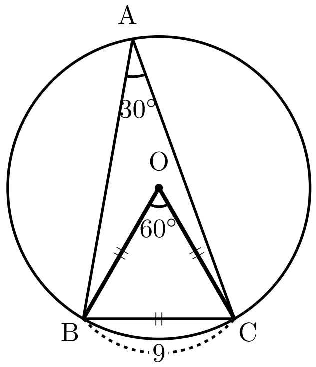
1.　次の円の半径を求めよ.(S 級 50 秒, A 級 1 分 40 秒, B 級 3 分, C 級 5 分)



★ 円の補助線
- **① 中心を通る**
- **② 接線**

☆同じ長さの線分が二等辺三角形を作ってくれる.

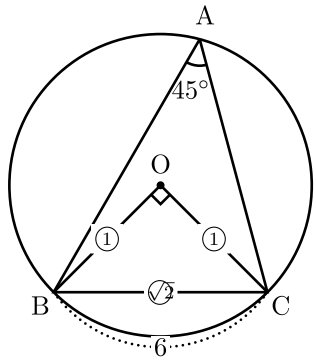
(1)　$\mathrm{BC} = 9$,　$\angle\mathrm{BAC} = 30^\circ$



円周角の定理から,　$\angle\mathrm{BOC} = 30 \cdot 2 = 60^\circ$
よって, △OBC は正三角形

半径は　**9**

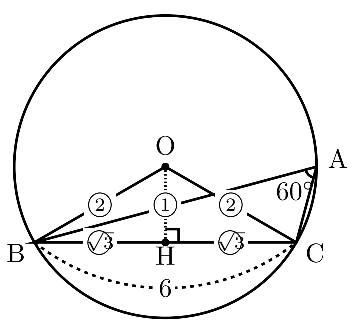
(2)　$\mathrm{BC} = 6$,　$\angle\mathrm{BAC} = 45^\circ$



円周角の定理から,　$\angle\mathrm{BOC} = 45 \cdot 2 = 90^\circ$

半径は　$6 \cdot \dfrac{1}{\sqrt{2}} = \mathbf{3\sqrt{2}}$

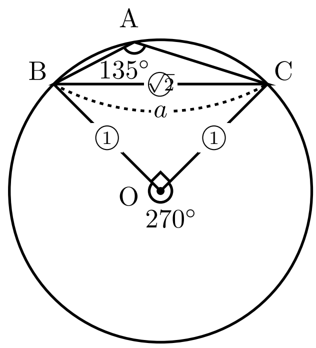
(3)　$\mathrm{BC} = 6$,　$\angle\mathrm{BAC} = 60^\circ$



円周角の定理から,　$\angle\mathrm{BOC} = 60 \cdot 2 = 120^\circ$
よって, 上図のように考えることができて,
　$\mathrm{BH} = 6 \div 2 = 3$

半径は　$3 \cdot \dfrac{2}{\sqrt{3}} = \mathbf{2\sqrt{3}}$

(4)　$\mathrm{BC} = a$,　$\angle\mathrm{BAC} = 135^\circ$

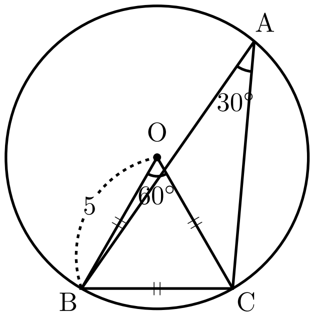


円周角の定理から,　$\angle\mathrm{BOC} = 135 \cdot 2 = 270^\circ$
よって, 上図のように考えることができて,

半径は　$a \cdot \dfrac{1}{\sqrt{2}} = \dfrac{\boldsymbol{\sqrt{2}a}}{\mathbf{2}}$

2. 次の問に答えよ.（ S 級 2 分, A 級 3 分 30 秒, B 級 5 分, C 級 7 分 ）

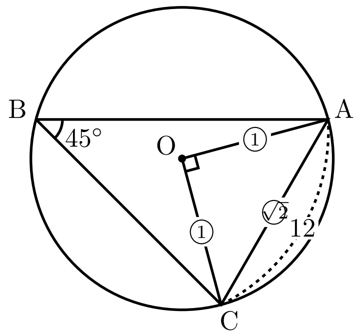
(1) 円の半径 5 , $\angle \mathrm{BAC} = 30^\circ$
BC の長さを求めよ.



円周角の定理から, $\angle \mathrm{BOC} = 30 \cdot 2 = 60^\circ$
よって, $\triangle \mathrm{OBC}$ は正三角形

$\therefore \quad \mathrm{BC} = \mathbf{5}$

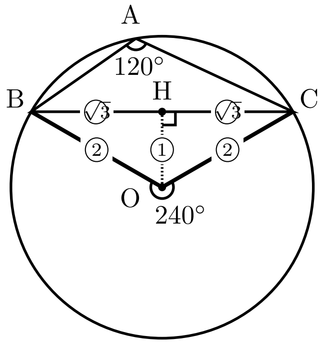
(2) $\mathrm{CA} = 12$, $\angle \mathrm{BCA} = 70^\circ$, $\angle \mathrm{BAC} = 65^\circ$
円の半径を求めよ.



$\angle \mathrm{CBA} = 180 - (70 + 65) = 45^\circ$
円周角の定理から, $\angle \mathrm{COA} = 45 \cdot 2 = 90^\circ$

半径は $\quad 12 \cdot \dfrac{1}{\sqrt{2}} = \mathbf{6\sqrt{2}}$

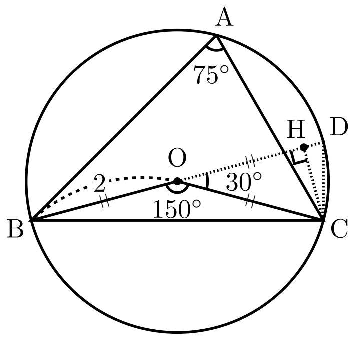
(3) $\mathrm{BC} = a$, $\angle \mathrm{BAC} = 120^\circ$
円の半径を a で表せ.



円周角の定理から, $\angle \mathrm{BOC} = 120 \cdot 2 = 240^\circ$
よって, 上図のように考えることができて,
$\mathrm{BH} = a \div 2 = \dfrac{a}{2}$

半径は $\quad \dfrac{a}{2} \cdot \dfrac{2}{\sqrt{3}} = \dfrac{\boldsymbol{\sqrt{3}a}}{\mathbf{3}}$

(4) 円の半径 2 , $\angle \mathrm{BAC} = 75^\circ$
BC の長さを求めよ.



円周角の定理から, $\angle \mathrm{BOC} = 75 \cdot 2 = 150^\circ$
よって, 上図のように考えることができる.
C から OD に下ろした垂線の足を H とおくと,

$$\begin{cases} \mathrm{OH} = \mathrm{OC} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3} \\ \mathrm{CH} = \mathrm{OC} \cdot \frac{1}{2} = 2 \cdot \frac{1}{2} = 1 \end{cases}$$

$\triangle \mathrm{BCH}$ は $\angle \mathrm{CHB} = 90^\circ$ の直角三角形であるから,

$$\mathrm{BC} = \sqrt{\mathrm{BH}^2 + \mathrm{CH}^2} = \sqrt{(2 + \sqrt{3})^2 + 1^2}$$
$$= \sqrt{\mathbf{8 + 4\sqrt{3}}} \quad \textbf{…答え}$$
$$= \sqrt{8 + 2\sqrt{12}} = \boldsymbol{\sqrt{6} + \sqrt{2}} \quad \textbf{…答え}$$

☆なるべく二重根号を外せるように.
☆別解
★ $15^\circ, 75^\circ, 90^\circ$ の三角形の三辺比
$(\sqrt{6} - \sqrt{2}) : (\sqrt{6} + \sqrt{2}) : 4$
$\Rightarrow \quad \mathrm{BC} = \mathrm{BD} \cdot \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$