反射テスト　平面図形　線分比・面積比　平行四辺形　まとめ　02

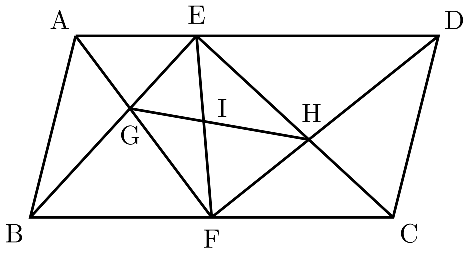
1. 　平行四辺形 ABCD がある. 辺 AD を 1 : 2 に内分する点を E, 辺 BC の中点を F とし, AF と EB の交点を G, EC と DF の交点を H, さらに EF と GH との交点を I とする.　（ S 級 2 分 50 秒, A 級 5 分, B 級 8 分, C 級 11 分 ）

（1）　AG : GF を求めよ.

（2）　△ EGF は平行四辺形 ABCD の面積の何倍か求めよ.

（3）　GI : IH を求めよ.

（4）　△ IEG : △ IFH を求めよ.



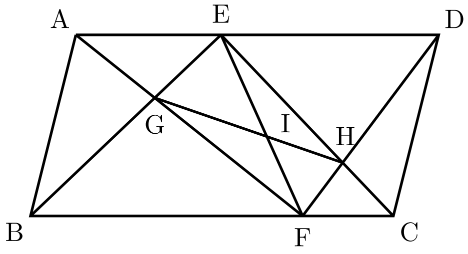
2. 平行四辺形 ABCD がある．辺 AD を $2:3$ に内分する点を E，辺 BC を $2:1$ に内分する点を F とし，AF と EB の交点を G，EC と DF の交点を H，さらに EF と GH との交点を I とする．（ S 級 3 分 20 秒，A 級 6 分，B 級 9 分，C 級 12 分 ）

（1） AG : GF を求めよ．

（2） 平行四辺形 ABCD は△ EGF の面積の何倍か求めよ．

（3） GI : IH を求めよ．

（4） △ IEG は△ IFH の面積の何倍かを求めよ．



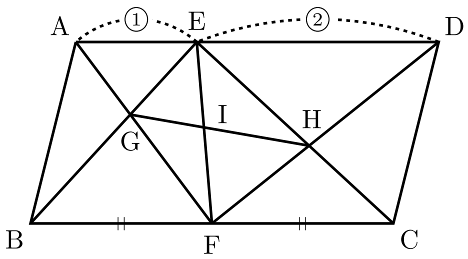
1.　平行四辺形 ABCD がある．辺 AD を 1 : 2 に内分する点を E, 辺 BC の中点を F とし，AF と EB の交点を G，EC と DF の交点を H，さらに EF と GH との交点を I とする．（ S 級 2 分 50 秒，A 級 5 分，B 級 8 分，C 級 11 分 ）

（1）　AG : GF を求めよ．

（2）　△ EGF は平行四辺形 ABCD の面積の何倍か求めよ．

（3）　GI : IH を求めよ．

（4）　△ IEG : △ IFH を求めよ．



(1)　★ 連比

辺 AD ＝ ① ＋ ② ＝ ③

辺 BC も③であるから，BF ＝ ③ ÷ 2 ＝ (1.5)

★ バッテン相似　△ GEA と △ GBF が相似．

⇒　AG : GF ＝ AE : FB ＝ ① : (1.5) ＝ **2 : 3**

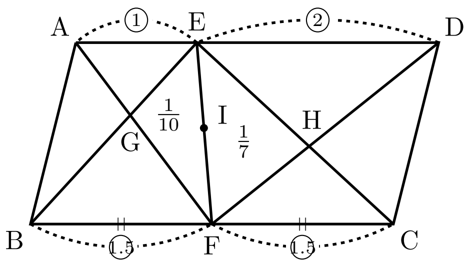
(2)　平行四辺形の面積を 1 とすれば，

△ FDA は平行四辺形の面積の $\frac{1}{2}$ であるから，

$$\triangle\,\mathrm{FEA} = \frac{1}{2} \times \frac{①}{① + ②} = \frac{1}{6}$$

(1) で求めた AG : GF ＝ 2 : 3 を使って比例配分して，

$$\triangle\,\mathrm{EGF} = \triangle\,\mathrm{FEA} \times \frac{3}{2+3} = \frac{1}{6} \times \frac{3}{5} = \boldsymbol{\frac{1}{10}}\text{倍}$$



(3)　★ 面積比からの逆算　△ EGF : △ EHF から求める．

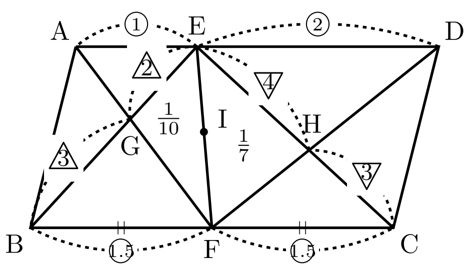
(2) と同様にして，△ EHF の面積を考える．

$$\triangle\,\mathrm{FDE} = \frac{1}{2} \times \frac{②}{③} = \frac{1}{3}$$

FC ＝ (1.5) であるから，DH : HF ＝ ② : (1.5) ＝ 4 : 3

これを使って，$\triangle\,\mathrm{EHF} = \triangle\,\mathrm{FDE} \times \frac{3}{4+3} = \frac{1}{3} \times \frac{3}{7} = \frac{1}{7}$

以上から　$\mathrm{GI : IH} = \triangle\,\mathrm{EGF} : \triangle\,\mathrm{EHF} = \frac{1}{10} : \frac{1}{7} = \mathbf{7 : 10}$



(4)　これまでわかった線分比をまとめた新しい図を作る (左図)．

$$\triangle\,\mathrm{EGH} = \triangle\,\mathrm{EBC} \times \frac{2}{2 + 3} \times \frac{4}{4 + 3}$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{2}{5} \times \frac{4}{7} = \frac{4}{35}$$

よって，$\triangle\,\mathrm{FHG} = \frac{1}{10} + \frac{1}{7} - \frac{4}{35} = \frac{9}{70}$

⇒　$\mathrm{EI : IF} = \triangle\,\mathrm{EGH} : \triangle\,\mathrm{FHG} = \frac{4}{35} : \frac{9}{70} = 8 : 9$

∴　△ IEG : △ IFH ＝ IE × IG : IF × IH

＝ 8 × 7 : 9 × 10 ＝ **28 : 45**

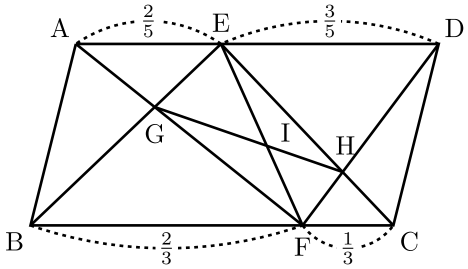
2. 平行四辺形 ABCD がある．辺 AD を 2 : 3 に内分する点を E，辺 BC を 2 : 1 に内分する点を F とし，AF と EB の交点を G，EC と DF の交点を H，さらに EF と GH との交点を I とする．（ S 級 3 分 20 秒，A 級 6 分，B 級 9 分，C 級 12 分 ）

(1) AG : GF を求めよ．

(2) 平行四辺形 ABCD は△ EGF の面積の何倍か求めよ．

(3) GI : IH を求めよ．

(4) △ IEG は△ IFH の面積の何倍かを求めよ．



(1) ★ 連比

AD = BC = 1 と考える．(最小公倍数をとってもいい)

この 2 つの辺をそれぞれ比例配分したものを左図に書き入れる．

★ バッテン相似 △ GEA と△ GBF が相似．

$\Rightarrow$ AG : GF = AE : FB $= \dfrac{2}{5} : \dfrac{2}{3} = \mathbf{3 : 5}$

(2) 平行四辺形の面積を 1 とすれば，

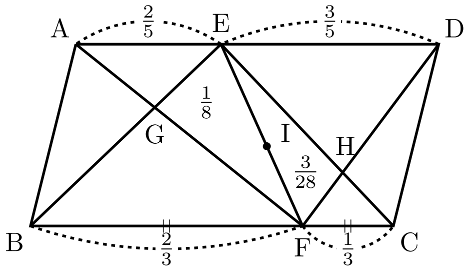
△ FDA は平行四辺形の面積の $\dfrac{1}{2}$ であるから，

△ FEA $= \dfrac{1}{2} \times \dfrac{2}{5} = \dfrac{1}{5}$

(1) で求めた AG : GF = 3 : 5 を使って比例配分して，

△ EGF = △ FEA $\times \dfrac{5}{3+5} = \dfrac{1}{5} \times \dfrac{5}{8} = \dfrac{1}{8}$

よって $1 \div \dfrac{1}{8} = \mathbf{8}$ **倍**



(3) ★ 面積比からの逆算 △ EGF : △ EHF から求める．

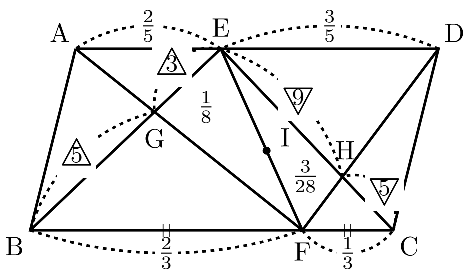
(2) と同様にして，△ EHF の面積を考える．

△ FDE $= \dfrac{1}{2} \times \dfrac{3}{5} = \dfrac{3}{10}$

また，DH : HF $= \dfrac{3}{5} : \dfrac{1}{3} = 9 : 5$

これを使って，△ EHF = △ FDE $\times \dfrac{5}{9+5} = \dfrac{3}{10} \times \dfrac{5}{14} = \dfrac{3}{28}$

以上から GI : IH = △ EGF : △ EHF $= \dfrac{1}{8} : \dfrac{3}{28} = \mathbf{7 : 6}$



(4) これまでわかった線分比をまとめた新しい図を作る (左図)．

△ EGH = △ EBC $\times \dfrac{3}{3+5} \times \dfrac{9}{9+5}$

$= \dfrac{1}{2} \times \dfrac{3}{8} \times \dfrac{9}{14} = \dfrac{27}{224}$

よって，△ FHG $= \dfrac{1}{8} + \dfrac{3}{28} - \dfrac{27}{224} = \dfrac{25}{224}$

$\Rightarrow$ EI : IF = △ EGH : △ FHG $= \dfrac{27}{224} : \dfrac{25}{224} = 27 : 25$

$\therefore$ △ IEG : △ IFH = IE × IG : IF × IH

$= 27 \times 7 : 25 \times 6 = 63 : 50$

$\Rightarrow$ $63 \div 50 = \mathbf{1\dfrac{13}{50}}$ 倍