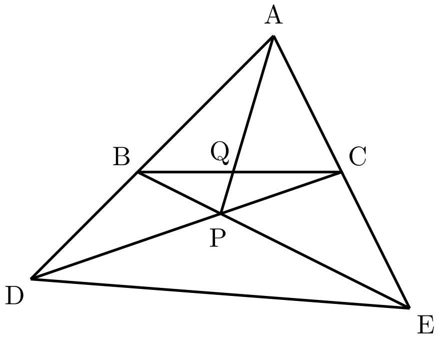
反射テスト　平面図形　線分比・面積比　三角形　まとめ　03

1. 　$\triangle$ABC の 辺 AB の延長上に 点 D を, 辺 AC の延長上に 点 E をとる. 線分 BE と 線分 CD との交点を P , 線分 AP と 線分 BC との交点を Q とする. $\triangle\mathrm{ABP} = 9\,\mathrm{cm}^2$, $\triangle\mathrm{ACP} = 12\,\mathrm{cm}^2$, $\triangle\mathrm{PCB} = 3\,\mathrm{cm}^2$ のとき, 次の問に答えよ. ただし, 図は正確とは限らない.
（ S 級 2 分, A 級 5 分, B 級 7 分, C 級 10 分 ）



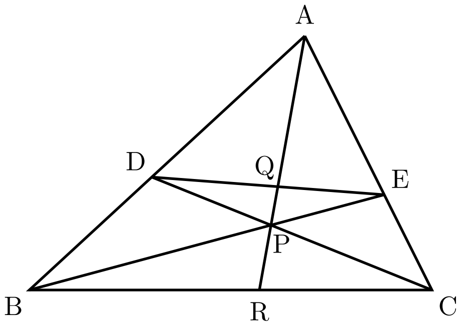
(1)　BQ : QC を求めよ.

(2)　$\triangle$ABC の面積を求めよ.

(3)　AB : BD を求めよ.

(4)　$\triangle$PDE の面積を求めよ.

2. △ABC の 辺 AB 上に 点 D を, 辺 AC 上に 点 E をとる. 線分 BE と 線分 CD との交点を P , 線分 AP と 線分 DE , 線分 BC との交点をそれぞれ Q,R とする. △ADP $= 12\,\mathrm{cm}^2$, △AEP $= 10\,\mathrm{cm}^2$, △ADE $= 18\,\mathrm{cm}^2$ のとき, 次の問に答えよ. ただし, 図は正確とは限らない. (S 級 2 分 20 秒, A 級 5 分, B 級 7 分, C 級 10 分)



(1) DQ : QE を求めよ.

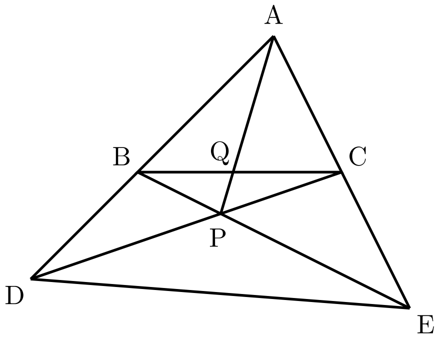
(2) △PDE の面積を求めよ.

(3) AE : EC を求めよ.

(4) △PBR の面積を求めよ.

反射テスト　平面図形　線分比・面積比　三角形　まとめ　03　解答解説

1. 　△ABC の 辺 AB の延長上に 点 D を, 辺 AC の延長上に 点 E をとる. 線分 BE と 線分 CD との交点を P , 線分 AP と 線分 BC との交点を Q とする. △ABP = $9\,\mathrm{cm}^2$, △ACP = $12\,\mathrm{cm}^2$, △PCB = $3\,\mathrm{cm}^2$ のとき, 次の問に答えよ. ただし, 図は正確とは限らない. （ S 級 2 分, A 級 5 分, B 級 7 分, C 級 10 分 ）



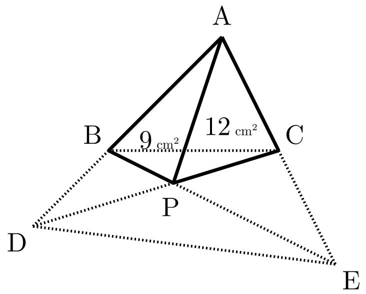
(1)　BQ : QC を求めよ.

(2)　△ABC の面積を求めよ.

(3)　AB : BD を求めよ.

(4)　△PDE の面積を求めよ.

(1),(2)

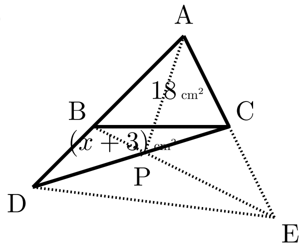


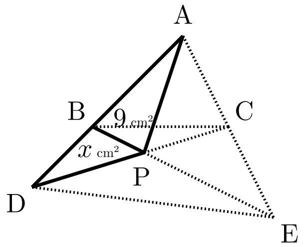
(1)　左図から, BQ : QC = △ABP : △ACP = 9 : 12 = **3 : 4**

(2)

$$\begin{aligned} \triangle\mathrm{ABC} &= \text{四角形 ABPC} - \triangle\mathrm{PCB} \\ &= 9\,\mathrm{cm}^2 + 12\,\mathrm{cm}^2 - 3\,\mathrm{cm}^2 \\ &= \mathbf{18\,cm^2} \end{aligned}$$

(3)





△PBD の面積を $x\,\mathrm{cm}^2$ とする.

CB に注目して,

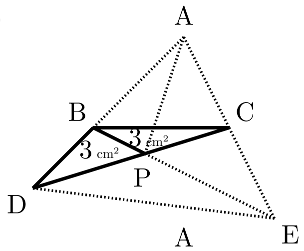
$$\begin{aligned} &\mathrm{AB} : \mathrm{BD} \\ =\ &\triangle\mathrm{CAB} : \triangle\mathrm{CBD} \\ =\ &18 : (x+3) \end{aligned}$$

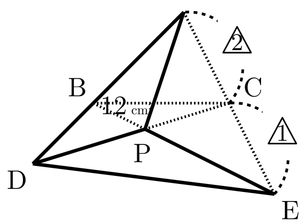
PB に注目して,

$$\begin{aligned} &\mathrm{AB} : \mathrm{BD} \\ =\ &\triangle\mathrm{PAB} : \triangle\mathrm{PBD} \\ =\ &9 : x \end{aligned}$$

以上から, $18 : (x+3) = 9 : x \quad \Leftrightarrow \quad x = 3 \quad \Rightarrow$ 　AB : BD = 9 : 3 = **3 : 1**

(4)





DP : PC = △BDP : △BPC = 3 : 3 = 1 : 1

メネラウスの定理から,

$$\frac{\mathrm{DB}}{\mathrm{BA}} \times \frac{\mathrm{AE}}{\mathrm{EC}} \times \frac{\mathrm{CP}}{\mathrm{PD}} = 1$$

$$\frac{1}{3} \times \frac{\mathrm{AE}}{\mathrm{EC}} \times \frac{1}{1} = 1 \Rightarrow \mathrm{AE} : \mathrm{EC} = 3 : 1 \Rightarrow \mathrm{AC} : \mathrm{CE} = 2 : 1$$

左下図から,

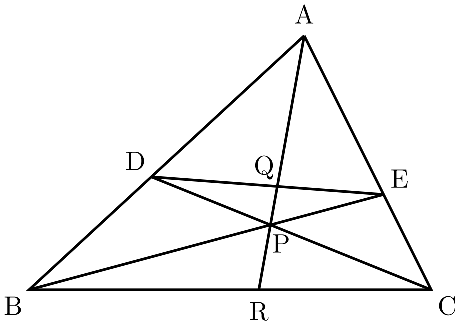
△PAD : PDE = CA : CE = 2 : 1

よって,

$$\begin{aligned} \triangle\mathrm{PDE} &= \frac{1}{2}\triangle\mathrm{PAD} \\ &= \frac{1}{2} \times (9+3) = \mathbf{6\,cm^2} \end{aligned}$$

☆別解がたくさんあるので, いろいろ調べてみるとよい.

2. $\triangle$ABC の 辺 AB 上に 点 D を, 辺 AC 上に 点 E をとる. 線分 BE と 線分 CD との交点を P , 線分 AP と 線分 DE , 線分 BC との交点をそれぞれ Q,R とする. $\triangle ADP = 12\,\mathrm{cm}^2$, $\triangle AEP = 10\,\mathrm{cm}^2$, $\triangle ADE = 18\,\mathrm{cm}^2$ のとき, 次の問に答えよ. ただし, 図は正確とは限らない. （ S 級 2 分 20 秒, A 級 5 分, B 級 7 分, C 級 10 分 ）



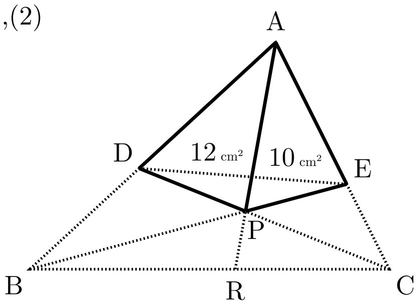
(1) DQ : QE を求めよ.

(2) $\triangle$PDE の面積を求めよ.

(3) AE : EC を求めよ.

(4) $\triangle$PBR の面積を求めよ.

(1),(2)

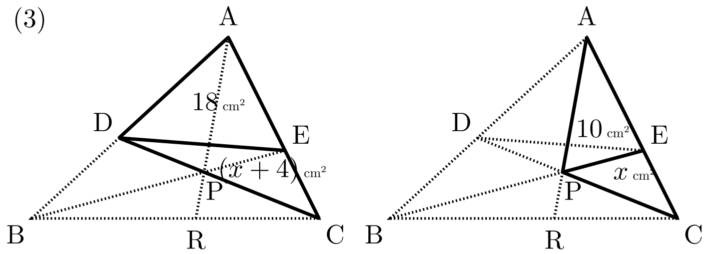


(1) 左図から, DQ : QE = $\triangle$ADP : $\triangle$AEP = 12 : 10 = **6 : 5**

(2)

$$\begin{aligned}\triangle PDE &= \text{四角形 ADPE} - \triangle ADE\\ &= 12\,\mathrm{cm}^2 + 9\,\mathrm{cm}^2 - 18\,\mathrm{cm}^2\\ &= \mathbf{4\,cm^2}\end{aligned}$$

(3)



$\triangle$PEC の面積を $x\,\mathrm{cm}^2$ とする.

DE に注目して,

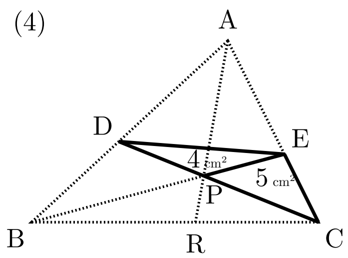
$$\begin{aligned}&\text{AE} : \text{EC}\\ =\ &\triangle ADE : \triangle DCE\\ =\ &18 : (x+4)\end{aligned}$$

PE に注目して,

$$\begin{aligned}&\text{AE} : \text{EC}\\ =\ &\triangle PEA : \triangle PCE\\ =\ &10 : x\end{aligned}$$

以上から, $18 : (x+4) = 10 : x \quad \Leftrightarrow \quad x = 5 \quad \Rightarrow \quad$ AE : EC = 10 : 5 = **2 : 1**

(4)

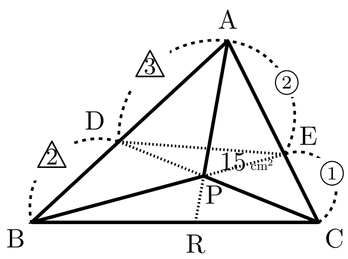


DP : PC = $\triangle$EDP : $\triangle$EPC = 4 : 5

メネラウスの定理から,

$$\frac{\mathrm{CE}}{\mathrm{EA}} \times \frac{\mathrm{AC}}{\mathrm{CD}} \times \frac{\mathrm{DP}}{\mathrm{PC}} = 1$$

$$\frac{1}{2} \times \frac{\mathrm{AC}}{\mathrm{CD}} \times \frac{4}{5} = 1 \Rightarrow \mathrm{AC : CD = 5 : 2} \Rightarrow \mathrm{AD : DB = 3 : 2}$$



左下図から,

$$\begin{aligned}&\triangle PAB : \triangle PBC &&= \mathrm{EA : EC = 2 : 1}\\ &\triangle PBC : \triangle PCA &&= \mathrm{DB : DA = 2 : 3}\end{aligned}$$

連比より, $\triangle PAB : \triangle PBC : \triangle PCA = 4 : 2 : 3$

BR : RC = $\triangle$PAB : $\triangle$PCA = 4 : 3

$$\therefore\ \begin{aligned}\triangle PBR &= \tfrac{4}{7}\triangle PBC\\ &= \tfrac{4}{7}\cdot\tfrac{2}{3}\triangle PCA = \mathbf{\frac{40}{7}\,cm^2 = 5\frac{5}{7}\,cm^2}\end{aligned}$$