反射テスト　平面図形　線分比・面積比　三角形　まとめ　02

1.　$\triangle$ABC の辺 BC の 3 等分点を D, E とする. $\triangle$BEG : $\triangle$CFD : $\triangle$ABC = 2 : 3 : 6 とする. 図は正確とは限らない.

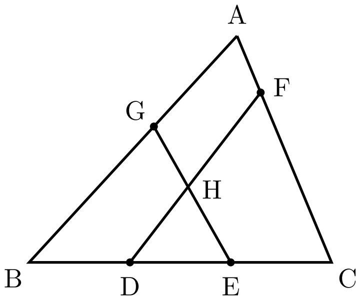
（ S 級 3 分 30 秒, A 級 6 分, B 級 9 分, C 級 12 分 ）

(1)　AF : FC を求めよ.

(2)　$\triangle$AGF : $\triangle$ABC を求めよ.

(3)　GH : HE を求めよ.

(4)　$\triangle$HFG : $\triangle$HDE を求めよ.



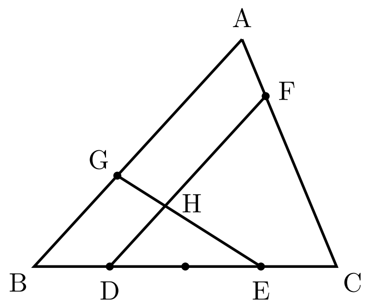
2. △ABC の辺 BC の 4 等分点のうち真ん中の点以外を下図のように D, E とする．△BEG : △CFD : △ABC = 2 : 3 : 6 とする．図は正確とは限らない．（ S 級 3 分 30 秒, A 級 6 分, B 級 9 分, C 級 12 分 ）

（1） AG : GB を求めよ．

（2） △AGF : △ABC を求めよ．

（3） GH : HE を求めよ．

（4） △HGD : △HEF を求めよ．



反射テスト　平面図形　線分比・面積比　三角形　まとめ　02　解答解説

1.　$\triangle$ABC の辺 BC の 3 等分点を D, E とする. $\triangle$BEG : $\triangle$CFD : $\triangle$ABC $= 2:3:6$ とする. 図は正確とは限らない.

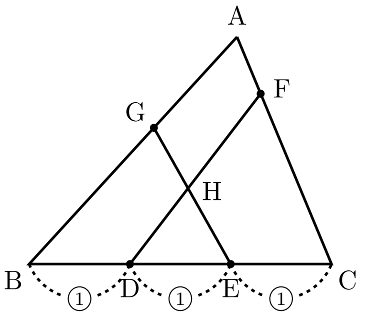
（ S 級 3 分 30 秒, A 級 6 分, B 級 9 分, C 級 12 分 ）

(1)　AF : FC を求めよ.

(2)　$\triangle$AGF : $\triangle$ABC を求めよ.

(3)　GH : HE を求めよ.

(4)　$\triangle$HFG : $\triangle$HDE を求めよ.



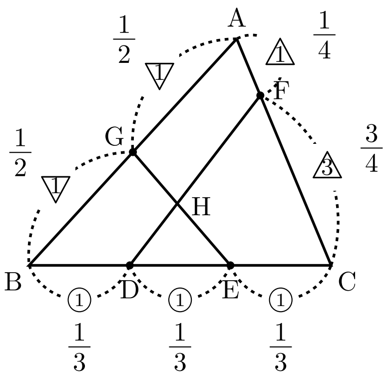
(1)　$\triangle$CFD : $\triangle$ABC $= 3:6 = 1:2$ であるから,

$\triangle$CFD は $\triangle$ABC の面積の $\dfrac{1}{2}$ 倍.

また, CD の長さは CB の長さの $\dfrac{②}{③} = \dfrac{2}{3}$

よって　$\dfrac{\text{CF}}{\text{CA}} = \dfrac{1}{2} \div \dfrac{2}{3} = \dfrac{3}{4}$

$\Rightarrow$　$\text{AF} : \text{FC} = \left(1 - \dfrac{3}{4}\right) : \dfrac{3}{4} = \mathbf{1:3}$



(2)　$\triangle$BEG : $\triangle$ABC $= 2:6 = 1:3$ であるから,

$\triangle$BEG は $\triangle$ABC の面積の $\dfrac{1}{3}$ 倍.

また, BE の長さは BC の長さの $\dfrac{②}{③} = \dfrac{2}{3}$

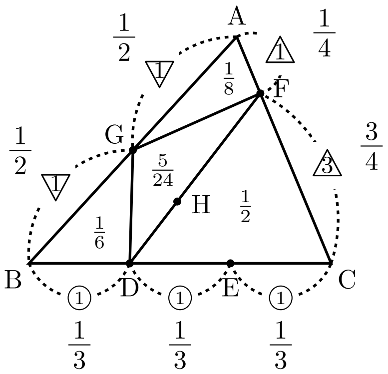
よって　$\dfrac{\text{BG}}{\text{BA}} = \dfrac{1}{3} \div \dfrac{2}{3} = \dfrac{1}{2}$

$\Rightarrow$　$\text{AG} : \text{GB} = \left(1 - \dfrac{1}{2}\right) : \dfrac{1}{2} = 1:1$

ここまでを結果をまとめて正確に書き直したものが左図.

$\triangle$ABC の面積を 1 とすると,

$\triangle$AGF の面積は　$\dfrac{1}{2} \times \dfrac{1}{4} = \dfrac{1}{8}$　$\Rightarrow$　$\mathbf{1:8}$



(3)　**★ 面積比からの逆算**　$\triangle$GDF : $\triangle$EFD を考える.

$\triangle$BDG の面積は　$\dfrac{1}{2} \times \dfrac{1}{3} = \dfrac{1}{6}$

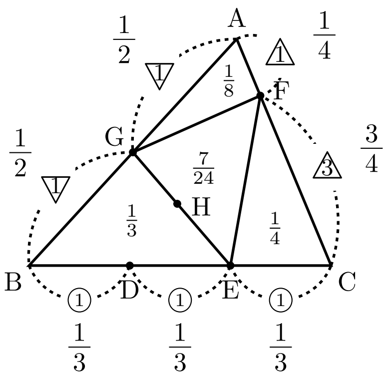
$\triangle$CFD の面積は (1) から　$\dfrac{1}{2}$

$\triangle\text{DFG} = 1 - \left(\dfrac{1}{8} + \dfrac{1}{6} + \dfrac{1}{2}\right) = \dfrac{5}{24}$

また, $\triangle\text{EFD} = \triangle\text{CFD} \times \dfrac{①}{① + ①} = \dfrac{1}{2} \times \dfrac{1}{2} = \dfrac{1}{4}$

★ 面積比からの逆算

ゆえに　$\text{GH} : \text{HE} = \triangle\text{GDF} : \triangle\text{EFD} = \dfrac{5}{24} : \dfrac{1}{4} = \mathbf{5:6}$



(4)　**★ 面積比からの逆算**　(3) と同様にして,

$\triangle\text{FGE} = 1 - \left(\dfrac{1}{8} + \dfrac{1}{3} + \dfrac{1}{4}\right) = \dfrac{7}{24}$

また　$\triangle\text{DEG} = \dfrac{1}{3} \times \dfrac{1}{2} = \dfrac{1}{6}$

$\text{FH} : \text{HD} = \triangle\text{FGE} : \triangle\text{DEG} = \dfrac{7}{24} : \dfrac{1}{6} = 7:4$

$\therefore$　$\triangle\text{HFG} : \triangle\text{HDE} = (\text{HF} \times \text{HG}) : (\text{HD} \times \text{HE})$

$= (7 \times 5) : (4 \times 6) = \mathbf{35:24}$

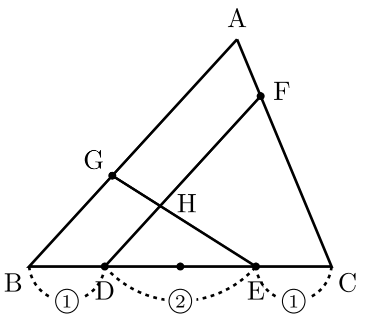
2. △ABC の辺 BC の 4 等分点のうち真ん中の点以外を下図のように D, E とする. △BEG : △CFD : △ABC = 2 : 3 : 6 とする. 図は正確とは限らない. （ S 級 3 分 30 秒, A 級 6 分, B 級 9 分, C 級 12 分 ）

(1) AG : GB を求めよ.

(2) △AGF : △ABC を求めよ.

(3) GH : HE を求めよ.

(4) △HGD : △HEF を求めよ.



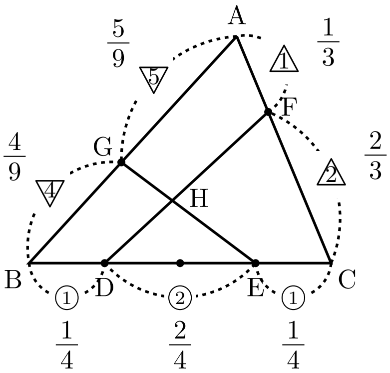
(1) △BEG : △ABC = 2 : 6 = 1 : 3 であるから,

△BEG は △ABC の面積の $\frac{1}{3}$ 倍.

また, BE の長さは BC の長さの $\frac{③}{④} = \frac{3}{4}$

よって $\frac{\mathrm{BG}}{\mathrm{BA}} = \frac{1}{3} \div \frac{3}{4} = \frac{4}{9}$

$\Rightarrow$ AG : GB $= \left(1 - \frac{4}{9}\right) : \frac{4}{9} = \mathbf{5 : 4}$



(2) △CFD : △ABC = 3 : 6 = 1 : 2 であるから,

△CFD は △ABC の面積の $\frac{1}{2}$ 倍.

また, CD の長さは CB の長さの $\frac{③}{④} = \frac{3}{4}$

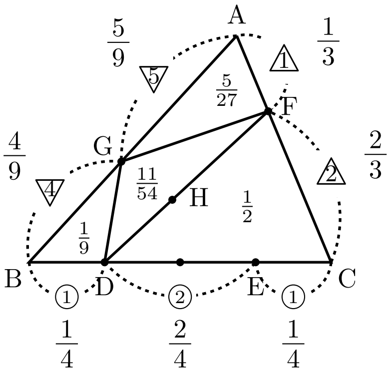
よって $\frac{\mathrm{CF}}{\mathrm{CA}} = \frac{1}{2} \div \frac{3}{4} = \frac{2}{3}$

$\Rightarrow$ AF : FC $= \left(1 - \frac{2}{3}\right) : \frac{2}{3} = 1 : 2$

ここまでを結果をまとめて正確に書き直したものが左図.

△ABC の面積を 1 とすると,

△AGF の面積は $\frac{5}{9} \times \frac{1}{3} = \frac{5}{27}$ $\Rightarrow$ **5 : 27**



(3) **★ 面積比からの逆算** △GDF : △EFD を考える.

△BDG の面積は $\frac{4}{9} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{9}$

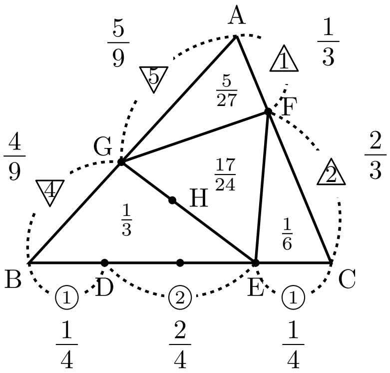
△CFD の面積は (2) から $\frac{1}{2}$

$$\triangle \mathrm{DFG} = 1 - \left(\frac{5}{27} + \frac{1}{9} + \frac{1}{2}\right) = \frac{11}{54}$$

また, $\triangle \mathrm{EFD} = \triangle \mathrm{CFD} \times \frac{②}{② + ①} = \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$

★ 面積比からの逆算

ゆえに GH : HE = △GDF : △EFD $= \frac{11}{54} : \frac{1}{3} = \mathbf{11 : 18}$



(4) **★ 面積比からの逆算** (3) と同様にして,

$$\triangle \mathrm{FGE} = 1 - \left(\frac{5}{27} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6}\right) = \frac{17}{54}$$

また $\triangle \mathrm{DEG} = \frac{1}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{2}{9}$

FH : HD = △FGE : △DEG $= \frac{17}{54} : \frac{2}{9} = 17 : 12$

∴ △HGD : △HEF = (HG × HD) : (HE × HF)

= (11 × 12) : (18 × 17) = **22 : 51**