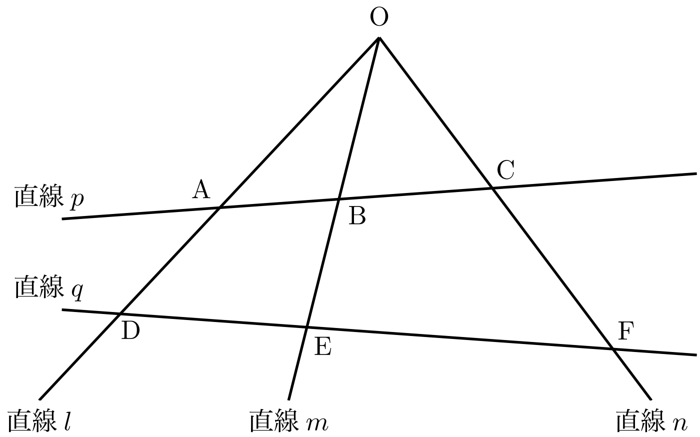
反射テスト　平面図形　線分比・面積比　射影線分比定理　01

1.　平行ではない 2 本の直線 p, q がある．2 本の直線上にはない点 O から 3 本の直線 l, m, n を引き，直線 p との交点をそれぞれ A, B, C，直線 q との交点をそれぞれ D, E, F とする．$\mathrm{OA} : \mathrm{AD} = 2 : 1$，$\mathrm{OB} : \mathrm{BE} = 4 : 3$，$\mathrm{OC} : \mathrm{CF} = 3 : 4$ とする．

（ S 級 1 分 30 秒，A 級 3 分，B 級 6 分，C 級 10 分）

(1)　AB : BC を求めよ．

(2)　DE : EF を求めよ．

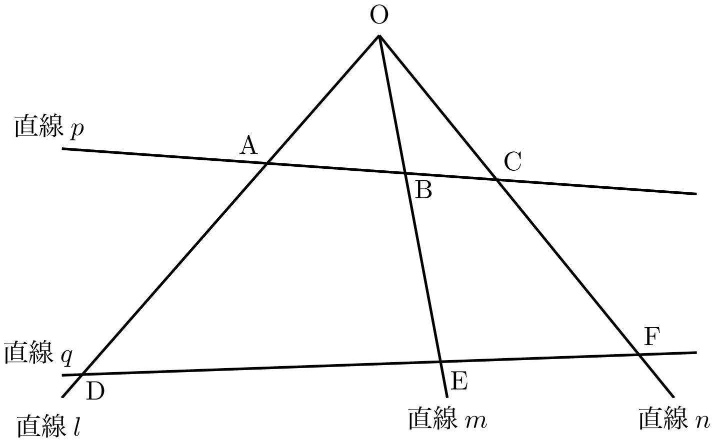


2. 平行ではない 2 本の直線 p, q がある．2 本の直線上にはない点 O から 3 本の直線 l, m, n を引き，直線 p との交点をそれぞれ A, B, C，直線 q との交点をそれぞれ D, E, F とする．OA : AD = 2 : 3，OB : BE = 3 : 4，OC : CF = 4 : 5 とする．

（ S 級 1 分 30 秒，A 級 3 分，B 級 6 分，C 級 10 分）

(1) AB : BC を求めよ．

(2) DE : EF を求めよ．



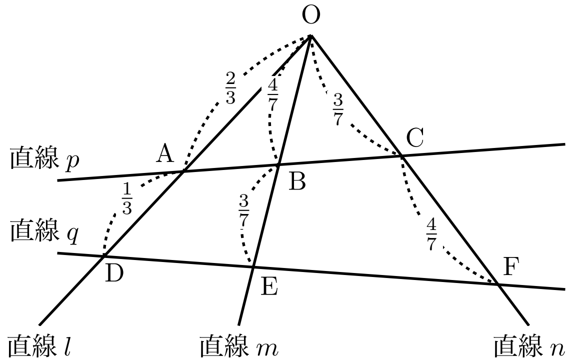
反射テスト　平面図形　線分比・面積比　射影線分比定理　01　解答解説

1.　平行ではない 2 本の直線 p, q がある．2 本の直線上にはない点 O から 3 本の直線 l, m, n を引き，直線 p との交点をそれぞれ A, B, C，直線 q との交点をそれぞれ D, E, F とする．OA : AD = 2 : 1，OB : BE = 4 : 3，OC : CF = 3 : 4 とする．

（ S 級 1 分 30 秒，A 級 3 分，B 級 6 分，C 級 10 分）

(1)　AB : BC を求めよ．

(2)　DE : EF を求めよ．



★ 射影線分比定理(名前がわからないので勝手にこう呼ぶ)

図に 3 組の線分比を用いて比例配分の値を書き込む．このとき，

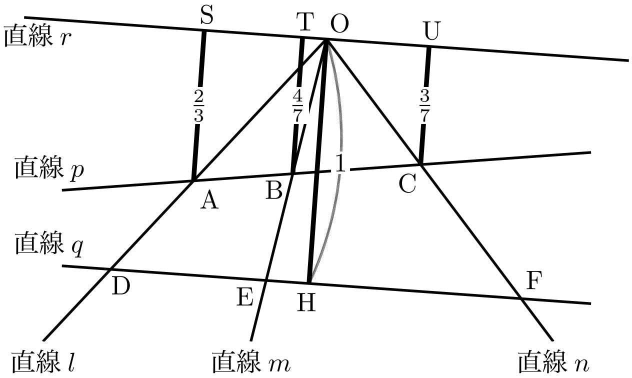
(1)　**AB : BC = (OA と OB との差) : (OB と OC との差)**

$$\mathrm{AB} : \mathrm{BC} = \left(\frac{2}{3} - \frac{4}{7}\right) : \left(\frac{4}{7} - \frac{3}{7}\right) = \frac{2}{21} : \frac{1}{7} = \mathbf{2 : 3}$$

(2)　**DE : EF = (OA, OB の逆数の差) : (OB, OC の逆数の差)**

$$\mathrm{DE} : \mathrm{EF} = \left(\frac{7}{4} - \frac{3}{2}\right) : \left(\frac{7}{3} - \frac{7}{4}\right) = \frac{1}{4} : \frac{7}{12} = \mathbf{3 : 7}$$

(1)　解説



★ 射影線分比定理 1

直線 q と平行で点 O を通る直線を引く．

O から直線 q に垂線 (左図の太線) を下ろし，その足を H とする．

A, B, C から直線 r に垂線 (左図の太線) を下ろし，その足を

それぞれ S, T, U とする．また OH = 1 とする．

△OAS と △ODH の相似から，AS = $\frac{2}{3}$

同様にして，BT = $\frac{4}{7}$，CU = $\frac{3}{7}$.

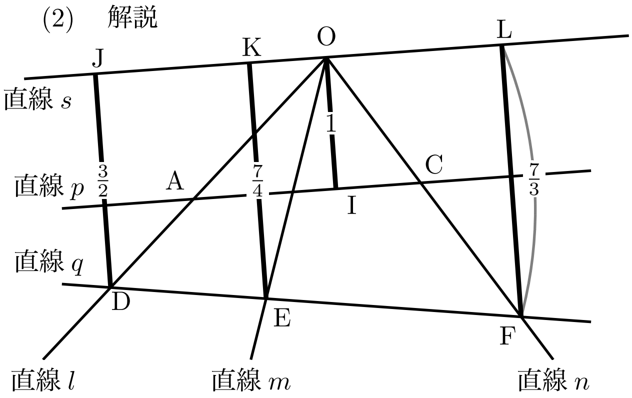
B から AS，C から BT にぞれぞれ垂線を下ろし，その足を

それぞれ V, Wとすると，△ABVと △BCWが相似になるので，

AB : BC = AV : BW = $\left(\frac{2}{3} - \frac{4}{7}\right) : \left(\frac{4}{7} - \frac{3}{7}\right)$ = **2 : 3**

☆他の別解　直線 p と q の交点を作ってメネラウスの定理を用いたり，面積比から線分比を用いる方法もある．

(2)　解説



★ 射影線分比定理 2

直線 p と平行で点 O を通る直線を引く．

O から直線 p に垂線 (左図の太線) を下ろし，その足を I とする．

D, E, F から直線 s に垂線 (左図の太線) を下ろし，その足を

それぞれ J, K, L とする．また OI = 1 とする．

△DOJ と △OAI の相似から，JD = $\frac{3}{2}$.

同様にして，KE = $\frac{7}{4}$，LF = $\frac{7}{3}$.

D から KE, E から LF にぞれぞれ垂線を下ろし，その足を

それぞれ X, Yとすると，△DEX と △EFYが相似になるので，

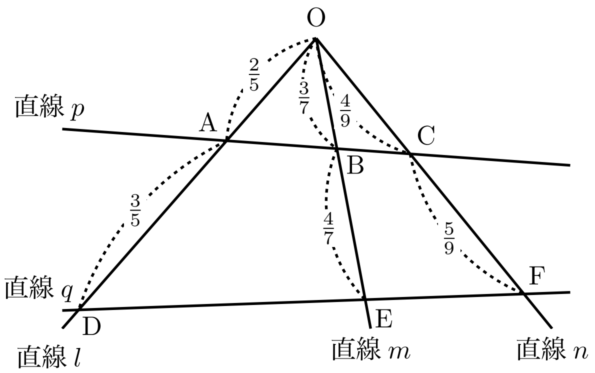
DE : EF = EX : FY = $\left(\frac{7}{4} - \frac{3}{2}\right) : \left(\frac{7}{3} - \frac{7}{4}\right)$ = **3 : 7**

2. 平行ではない 2 本の直線 p, q がある．2 本の直線上にはない点 O から 3 本の直線 l, m, n を引き，直線 p との交点をそれぞれ A, B, C，直線 q との交点をそれぞれ D, E, F とする．$\mathrm{OA} : \mathrm{AD} = 2 : 3$，$\mathrm{OB} : \mathrm{BE} = 3 : 4$，$\mathrm{OC} : \mathrm{CF} = 4 : 5$ とする．

（ S 級 1 分 30 秒，A 級 3 分，B 級 6 分，C 級 10 分）

(1) AB : BC を求めよ．

(2) DE : EF を求めよ．



★ 射影線分比定理(名前がわからないので勝手にこう呼ぶ)

図に 3 組の線分比を用いて比例配分の値を書き込む．このとき，

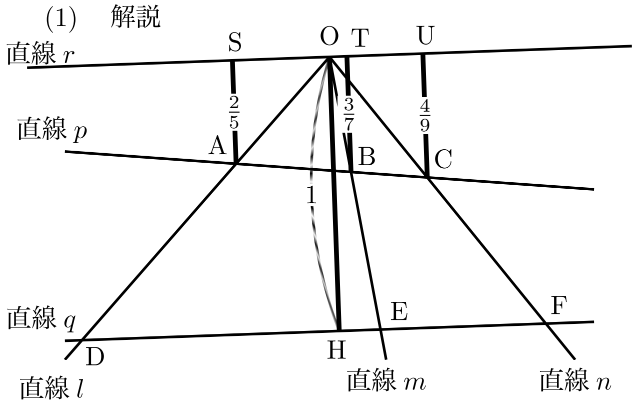
(1) **AB : BC = (OA と OB との差) : (OB と OC との差)**

$$\mathrm{AB} : \mathrm{BC} = \left(\frac{3}{7} - \frac{2}{5}\right) : \left(\frac{4}{9} - \frac{3}{7}\right) = \frac{1}{35} : \frac{1}{63} = \mathbf{9 : 5}$$

(2) **DE : EF = (OA, OB の逆数の差) : (OB, OC の逆数の差)**

$$\mathrm{DE} : \mathrm{EF} = \left(\frac{5}{2} - \frac{7}{3}\right) : \left(\frac{7}{3} - \frac{9}{4}\right) = \frac{1}{6} : \frac{1}{12} = \mathbf{2 : 1}$$

(1) 解説



★ 射影線分比定理 1

直線 q と平行で点 O を通る直線を引く．

O から直線 q に垂線 (左図の太線) を下ろし，その足を H とする．

A, B, C から直線 r に垂線 (左図の太線) を下ろし，その足を

それぞれ S, T, U とする．また $\mathrm{OH} = 1$ とする．

$\triangle\mathrm{OAS}$ と $\triangle\mathrm{ODH}$ の相似から，$\mathrm{AS} = \frac{2}{5}$

同様にして，$\mathrm{BT} = \frac{3}{7}$，$\mathrm{CU} = \frac{4}{9}$．

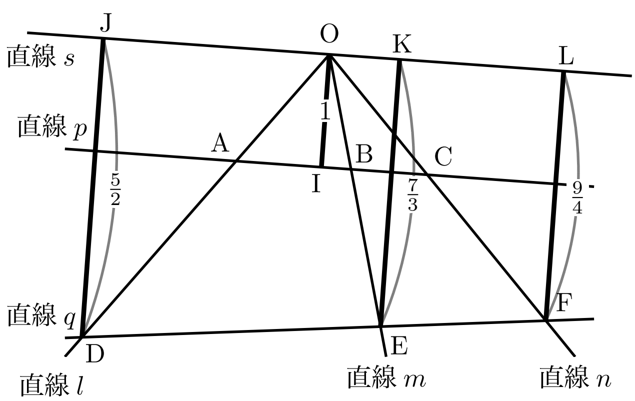
B から AS，C から BT にぞれぞれ垂線を下ろし，その足を

それぞれ V, Wとすると，$\triangle\mathrm{ABV}$と $\triangle\mathrm{BCW}$が相似になるので，

$\mathrm{AB} : \mathrm{BC} = \mathrm{AV} : \mathrm{BW} = \left(\frac{3}{7} - \frac{2}{5}\right) : \left(\frac{4}{9} - \frac{3}{7}\right) = \mathbf{9 : 5}$

☆他の別解　直線 p と q の交点を作ってメネラウスの定理を用いたり，面積比から線分比を用いる方法もある．

(2) 解説



★ 射影線分比定理 2

直線 p と平行で点 O を通る直線を引く．

O から直線 p に垂線 (左図の太線) を下ろし，その足を I とする．

D, E, F から直線 s に垂線 (左図の太線) を下ろし，その足を

それぞれ J, K, L とする．また $\mathrm{OI} = 1$ とする．

$\triangle\mathrm{DOJ}$ と $\triangle\mathrm{OAI}$ の相似から，$\mathrm{JD} = \frac{5}{2}$．

同様にして，$\mathrm{KE} = \frac{7}{3}$，$\mathrm{LF} = \frac{9}{4}$．

D から KE, E から LF にぞれぞれ垂線を下ろし，その足を

それぞれ X, Yとすると，$\triangle\mathrm{DEX}$ と $\triangle\mathrm{EFY}$が相似になるので，

$\mathrm{DE} : \mathrm{EF} = \mathrm{EX} : \mathrm{FY} = \left(\frac{5}{2} - \frac{7}{3}\right) : \left(\frac{7}{3} - \frac{9}{4}\right) = \mathbf{2 : 1}$