

反射テスト 立体図形 展開図が正方形の三角すい 01

1. $AB = 6\text{cm}$, $AD = 6\text{cm}$, $AE = 12\text{cm}$ の直方体 $ABCD\text{-}EFGH$ が図1のようにある. 3つの頂点 A, F, H を通る平面でこの直方体を切断したところ, 図2のような三角すいできた. さらにこの三角すいを展開すると, 図3のような正方形になった. 次の間に答えよ.
(S 級 1 分 10 秒, A 級 2 分, B 級 4 分秒, C 級 6 分)

- (1) 図1の直方体の体積を求めよ.
- (2) 図2の三角すいの体積を求めよ.
- (3) 図2を見て, 図3の展開図上のア～エに当てはまるアルファベットを書け.
- (4) 図3の展開図から, 三角すいの表面積を求めよ.
- (5) 底面を三角形 AFH としたとき, この三角すいの高さはいくらか求めよ.

図1

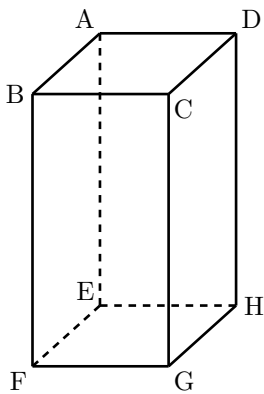


図2

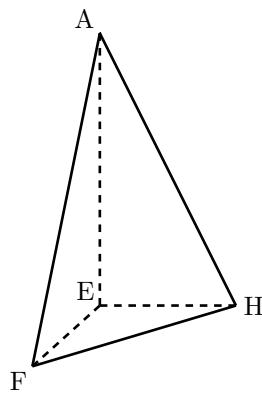
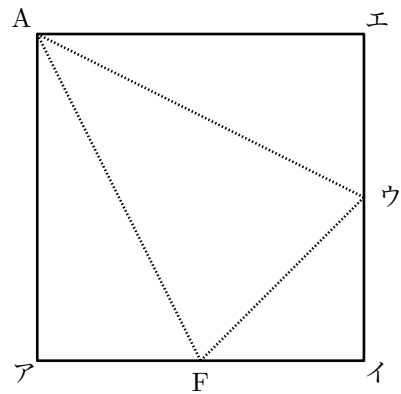


図3



2. 1 辺が 6cm の立方体 ABCD-EFGH が図 1 のようにある. 辺 BC, CD の中点をそれぞれ P, Q として, 3 点 G, P, Q を通る平面でこの立方体を切断したところ, 図 2 のような三角すいがあった. さらにこの三角すいを展開すると, 図 3 のような正方形になった. 次の問に答えよ.
- (S 級 1 分 10 秒, A 級 2 分, B 級 4 分, C 級 6 分)

- (1) 図 1 の立方体の体積を求めよ.
- (2) 図 2 の三角すいの体積を求めよ.
- (3) 図 2 を見て, 図 3 の展開図上のア～エに当てはまるアルファベットを書け.
- (4) 図 3 の展開図から, 三角すいの表面積を求めよ.
- (5) 底面を三角形 GQP としたとき, この三角すいの高さはいくらか求めよ.

図 1

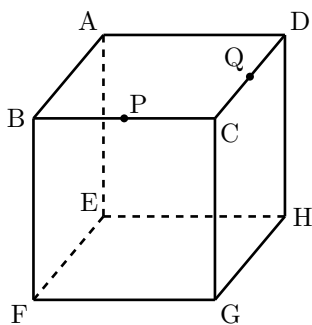


図 2

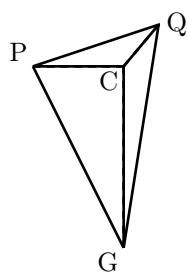
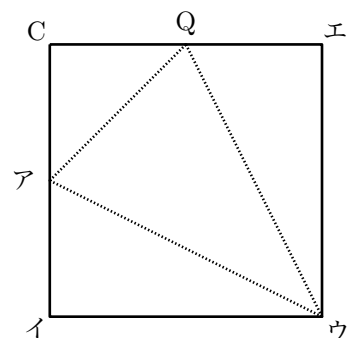


図 3



反射テスト 立体図形 展開図が正方形の三角すい 01 解答解説

1. $AB = 6\text{cm}$, $AD = 6\text{cm}$, $AE = 12\text{cm}$ の直方体 $ABCD\text{-}EFGH$ が図1のようにある. 3つの頂点 A, F, H を通る平面でこの直方体を切断したところ, 図2のような三角すいできた. さらにこの三角すいを展開すると, 図3のような正方形になった. 次の間に答えよ.
(S 級 1分10秒, A 級 2分, B 級 4分秒, C 級 6分)

- (1) 図1の直方体の体積を求めよ.
- (2) 図2の三角すいの体積を求めよ.
- (3) 図2を見て, 図3の展開図上のア〜エに当てはまるアルファベットを書け.
- (4) 図3の展開図から, 三角すいの表面積を求めよ.
- (5) 底面を三角形 AFH としたとき, この三角すいの高さはいくらか求めよ.

図1

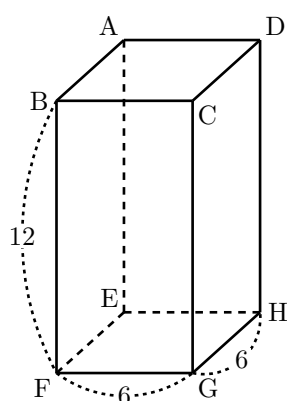


図2

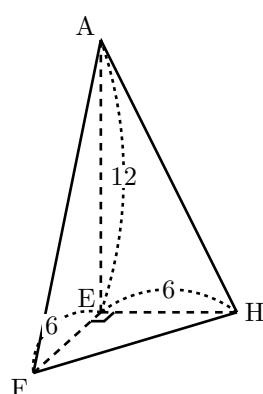
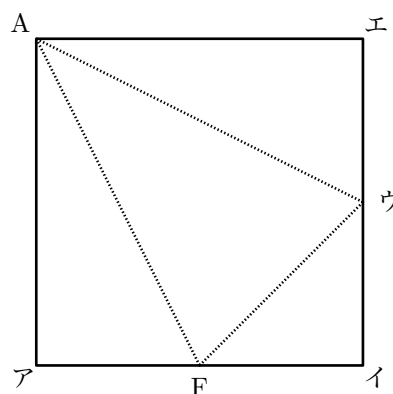


図3



- (1) ★ 直方体 $ABCD\text{-}EFGH$ の体積 = 底面積 $EFGH$ $\times$ 高さ AE
 $6 \times 6 \times 12 = 432 \text{ cm}^3$
- (2) ★ 三角すい $A\text{-}EFH$ の体積 = 底面積 EFH $\times$ 高さ AE $\times \frac{1}{3}$
 $6 \times 6 \times \frac{1}{2} \times 12 \times \frac{1}{3} = 72 \text{ cm}^3$
- (3) ア…E, イ…E, ウ…H, エ…E.
- (4) (3) から, 図3の正方形の一辺の長さは図2の AE と等しいので 12cm .
 三角すいの4面全てが正方形を作っているのだから, 表面積は正方形の面積と等しい.
 $12 \times 12 = 144 \text{ cm}^2$

(5)

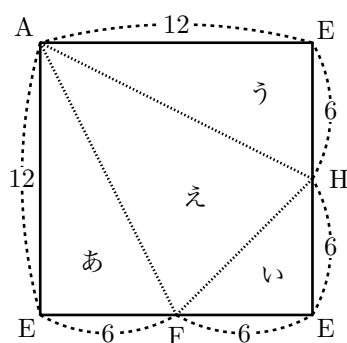


図3の展開図から各面の面積がわかる.

$$\text{面「あ」の面積} (\triangle AEF) = 6 \times 12 \times \frac{1}{2} = 36$$

$$\text{面「い」の面積} (\triangle EFH) = 6 \times 6 \times \frac{1}{2} = 18$$

$$\text{面「う」の面積} (\triangle AHE) = \text{面「あ」の面積} = 36$$

$$\text{以上から 面「え」の面積} (\triangle AFH) = 144 - (36 + 18 + 36) = 54 \text{ cm}^2$$

★ 垂線の長さは面積・体積からの逆算 求めたい垂線の長さを x とすると,

$$\text{底面積} AFH \times \text{高さ} x \times \frac{1}{3} = \text{三角すい} A\text{-}EFH \text{ の体積}$$

$$54 \text{ cm}^2 \times x \times \frac{1}{3} = 72 \text{ cm}^3$$

これを逆算して $x = 4 \text{ cm}$

2. 1 辺が 6cm の立方体 ABCD-EFGH が図 1 のようにある. 辺 BC, CD の中点をそれぞれ P, Q として, 3 点 G, P, Q を通る平面でこの立方体を切断したところ, 図 2 のような三角すいができた. さらにこの三角すいを展開すると, 図 3 のような正方形になった. 次の問に答えよ.
(S 級 1 分 10 秒, A 級 2 分, B 級 4 分, C 級 6 分)

- (1) 図 1 の立方体の体積を求めよ.
- (2) 図 2 の三角すいの体積を求めよ.
- (3) 図 2 を見て, 図 3 の展開図上のア～エに当てはまるアルファベットを書け.
- (4) 図 3 の展開図から, 三角すいの表面積を求めよ.
- (5) 底面を三角形 GQP としたとき, この三角すいの高さはいくらか求めよ.

図 1

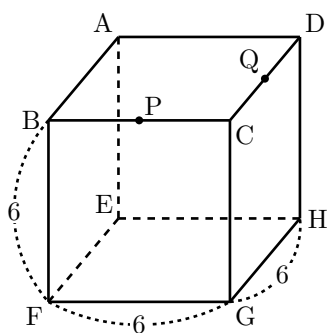


図 2

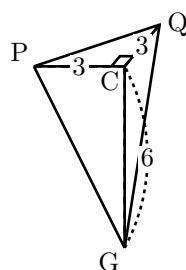
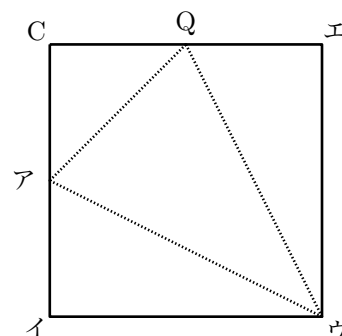


図 3



- (1) ★ 立方体 ABCD-EFGH の体積 = 底面積 EFGH × 高さ AE

$$6 \times 6 \times 6 = 216 \text{ cm}^3$$
- (2) ★ 三角すい G-CQP の体積 = 底面積 CQP × 高さ GC × $\frac{1}{3}$

$$3 \times 3 \times \frac{1}{2} \times 6 \times \frac{1}{3} = 9 \text{ cm}^3$$
- (3) ア…P, イ…C, ウ…G, エ…C.
- (4) (3) から, 図 3 の正方形の一辺の長さは図 2 の CG と等しいので 6 cm.
三角すいの 4 面全てが正方形を作っているのだから, 表面積は正方形の面積と等しい.

$$6 \times 6 = 36 \text{ cm}^2$$

(5)

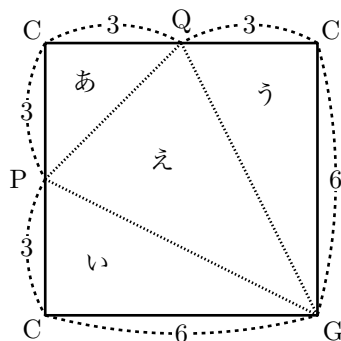


図 3 の展開図から各面の面積がわかる.

面「あ」の面積 ($\triangle CPQ$) = $3 \times 3 \times \frac{1}{2} = 4.5$

面「い」の面積 ($\triangle PCD$) = $3 \times 6 \times \frac{1}{2} = 9$

面「う」の面積 ($\triangle QGC$) = 面「い」の面積 = 9

以上から 面「え」の面積 ($\triangle GQP$) = $36 - (4.5 + 9 + 9) = 13.5 \text{ cm}^2$

★ 垂線の長さは面積・体積からの逆算 求めたい垂線の長さを x とすると,

$$\begin{aligned} \text{底面積 GQP} \times \text{高さ } x \times \frac{1}{3} &= \text{三角すい G-CQP の体積} \\ 13.5 \text{ cm}^2 \times x \times \frac{1}{3} &= 9 \text{ cm}^3 \end{aligned}$$

これを逆算して $x = 2 \text{ cm}$