

反射テスト 立体図形 正多面体 正四面体に関する公式 01

1. 指示されたものを求めよ。(S級 45 秒, A級 1 分 10 秒, B級 1 分 40 秒, C級 2 分 20 秒)

(1) 一辺の長さが 6 の正四面体の高さ

(2) 一辺の長さが 2 の正四面体の体積

(3) 一辺の長さが 4 の正四面体の表面積

(4) 一辺の長さが 8 の正四面体における
ねじれの位置にある 2 本の辺の距離

(5) 一辺の長さが 24 の正四面体の内接球の半径

(6) 一辺の長さが 12 の正四面体の外接球の半径

2. 指示されたものを求めよ。(S級 50 秒, A級 1 分 15 秒, B級 1 分 40 秒, C級 2 分 20 秒)

(1) 一辺の長さが 12 の正四面体の高さ

(2) 一辺の長さが 6 の正四面体の体積

(3) 一辺の長さが 2 の正四面体の表面積

(4) 一辺の長さが 1 の正四面体における
ねじれの位置にある 2 本の辺の距離

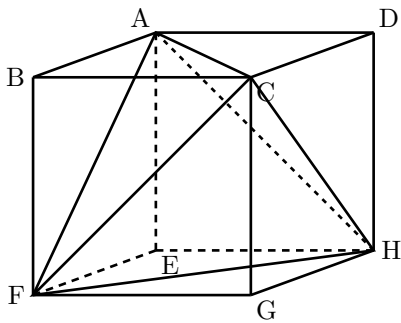
(5) 一辺の長さが 6 の正四面体の内接球の半径

(6) 一辺の長さが 8 の正四面体の外接球の半径

反射テスト 立体図形 正多面体 正四面体に関する公式 01 解答解説

1. 指示されたものを求めよ。(S級45秒, A級1分10秒, B級1分40秒, C級2分20秒)

★正四面体と立方体の関連性 立方体 ABCD - EFGH が下図のようにあるとき, 三角すい ACFH が正四面体になる.



★正四面体 (一辺の長さ a) \Rightarrow 左図の立方体の1辺の長さは $\frac{\sqrt{2}}{2}a$

$$\left\{ \begin{array}{ll} \text{高さ} & \frac{\sqrt{6}}{3}a \quad \text{底面積 } \frac{\sqrt{3}}{4}a^2 \text{ と体積から逆算} \\ \text{表面積} & \frac{\sqrt{3}}{4}a^2 \times 4 \quad \text{正三角形 } \frac{\sqrt{3}}{4}a^2 \times 4 \\ \text{体積} & \frac{\sqrt{2}}{12}a^3 \quad \text{左図の立方体} \times \left(1 - \frac{1}{2} \times 1 \times \frac{1}{3} \times 4\right) \end{array} \right.$$

ねじれの位置にある2つの辺の距離 $\frac{\sqrt{2}}{2}a$ 上図の立方体の1辺の長さ = 上図の AC と FH の距離

$$\left\{ \begin{array}{ll} \text{内接球の半径 (高さの } \frac{1}{4} \text{ 倍)} & r = \frac{\sqrt{6}}{3}a \times \frac{1}{4} \quad \text{内接球の半径} = \frac{3 \times \text{体積}}{\text{表面積}} \\ \text{外接球の半径 (高さの } \frac{3}{4} \text{ 倍)} & R = \frac{\sqrt{6}}{3}a \times \frac{3}{4} \quad \text{上図の立方体の対角線 AG の半分} \end{array} \right.$$

☆内接球の中心・外接球の中心・重心が一致し, $r : R = 1 : 3$ となる.

(1) 一辺の長さが6の正四面体の高さ

$$\frac{\sqrt{6}}{3}a = \frac{\sqrt{6}}{3} \times 6 = 2\sqrt{6}$$

(2) 一辺の長さが2の正四面体の体積

$$\frac{\sqrt{2}}{12}a^3 = \frac{\sqrt{2}}{12} \times 2^3 = \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

(3) 一辺の長さが4の正四面体の表面積

$$4 \times \frac{\sqrt{3}}{4}a^2 = \sqrt{3} \times 4^2 = 16\sqrt{3}$$

(4) 一辺の長さが8の正四面体における
ねじれの位置にある2本の辺の距離

$$\frac{\sqrt{2}}{2}a = \frac{\sqrt{2}}{2} \times 8 = 4\sqrt{2}$$

(5) 一辺の長さが24の正四面体の内接球の半径

$$\frac{\sqrt{6}}{3}a \times \frac{1}{4} = \frac{\sqrt{6}}{3} \times 24 \times \frac{1}{4} = 2\sqrt{6}$$

(6) 一辺の長さが12の正四面体の外接球の半径

$$\frac{\sqrt{6}}{3}a \times \frac{3}{4} = \frac{\sqrt{6}}{3} \times 12 \times \frac{3}{4} = 3\sqrt{6}$$

2. 指示されたものを求めよ。(S級50秒, A級1分15秒, B級1分40秒, C級2分20秒)

(1) 一辺の長さが12の正四面体の高さ

$$\frac{\sqrt{6}}{3}a = \frac{\sqrt{6}}{3} \times 12 = 4\sqrt{6}$$

(2) 一辺の長さが6の正四面体の体積

$$\frac{\sqrt{2}}{12}a^3 = \frac{\sqrt{2}}{12} \times 6^3 = 18\sqrt{2}$$

(3) 一辺の長さが2の正四面体の表面積

$$4 \times \frac{\sqrt{3}}{4}a^2 = \sqrt{3} \times 2^2 = 4\sqrt{3}$$

(4) 一辺の長さが1の正四面体における
ねじれの位置にある2本の辺の距離

$$\frac{\sqrt{2}}{2}a = \frac{\sqrt{2}}{2} \times 1 = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

(5) 一辺の長さが6の正四面体の内接球の半径

$$\frac{\sqrt{6}}{3}a \times \frac{1}{4} = \frac{\sqrt{6}}{3} \times 6 \times \frac{1}{4} = \frac{\sqrt{6}}{2}$$

(6) 一辺の長さが8の正四面体の外接球の半径

$$\frac{\sqrt{6}}{3}a \times \frac{3}{4} = \frac{\sqrt{6}}{3} \times 8 \times \frac{3}{4} = 2\sqrt{6}$$