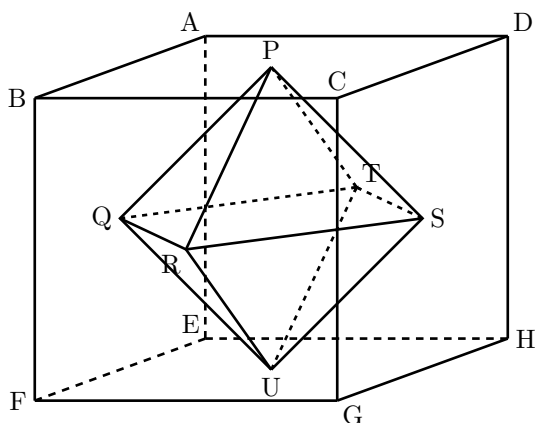


反射テスト 空間図形 正多面体 相互関係 01

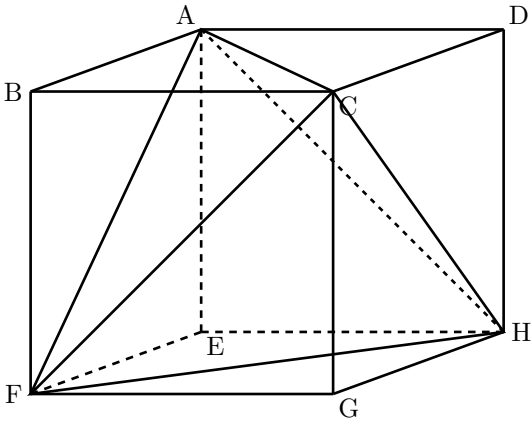
1. 立方体 $ABCD - EFGH$ の各面の対角線の交点を結んだ立体を考えたい. AC と BD の交点を P , AF と BE の交点を Q , BG と CF の交点を R , CH と DG の交点を S , DE と AH の交点を T , EG と FH の交点を U としたものが, 下図である. 各問に答えよ. (S 級 2 分, A 級 3 分, B 級 5 分, C 級 7 分)

- (1) 立体 $PQRSTU$ の名称を言え.
- (2) 立方体の一辺の長さが 6cm であるとき, 立体 $PQRSTU$ の体積を求めよ.
- (3) 立方体の頂点の中に, 平面 PQR 上にあるものがある. 全て答えよ.
- (4) 平面 PQR と平面 RSU との交線を考える. この交線とねじれの位置にある立方体 $ABCD - EFGH$ の辺は何本あるか答えよ. (交線の例~面 $ABCD$ と面 $CGHD$ の交線は直線 CD)



2. 立方体 $ABCD - EFGH$ について考える. (S 級 2 分, A 級 3 分, B 級 5 分, C 級 7 分)

- (1) 立体 $ACFH$ の名称を言え.
- (2) 立方体の一辺の長さが 6cm であるとき, 立体 $ACFH$ の体積を求めよ.
- (3) 平面 AFC と平面 BGD が交わる部分を図示せよ.
- (4) 立体 $ACFH$ と立体 $BDEG$ が重なる部分の体積を求めよ. ただし, 立方体の一辺の長さを $a\text{cm}$ とする.



反射テスト 空間図形 正多面体 相互関係 01 解答解説

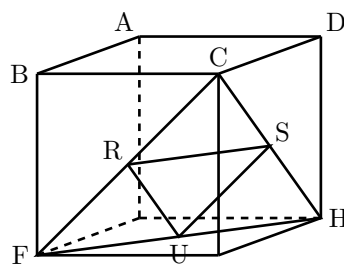
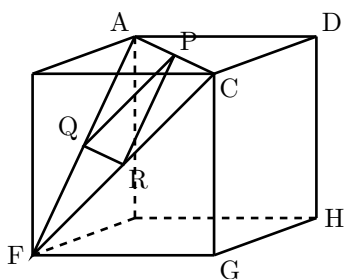
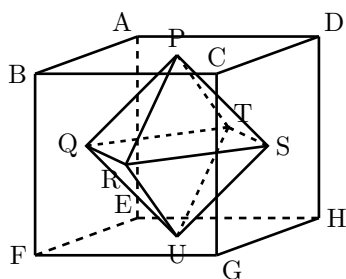
1. 立方体 $ABCD - EFGH$ の各面の対角線の交点を結んだ立体を考えたい. AC と BD の交点を P , AF と BE の交点を Q , BG と CF の交点を R , CH と DG の交点を S , DE と AH の交点を T , EG と FH の交点を U としたものが, 下図である. 各問に答えよ. (S級2分, A級3分, B級5分, C級7分)

- (1) 立体 $PQRSTU$ の名称を言え.
- (2) 立方体の一辺の長さが 6cm であるとき, 立体 $PQRSTU$ の体積を求めよ.
- (3) 立方体の頂点の中に, 平面 PQR 上にあるものがある. 全て答えよ.
- (4) 平面 PQR と平面 RSU との交線を考える. この交線とねじれの位置にある立方体 $ABCD - EFGH$ の辺は何本あるか答えよ. (交線の例~面 $ABCD$ と面 $CGHD$ の交線は直線 CD)

立体 $PQRSTU$ は正八面体

$\triangle PQR$ は面 ACF の一部

面 RSU は面 CFH の一部



- (1) **正八面体**
- (2) この立体を真上から見ると, 底面積 $QRST$ は正方形 $ABCD$ の面積の半分と考えられる. また高さ PU は 6cm である.
 $\therefore \left(6 \times 6 \times \frac{1}{2}\right) \times 6 \times \frac{1}{3} = 36 \text{ cm}^3$
- (3) 上の真ん中の図を参照してほしい. 答えは **頂点 A, C, F**
- (4) 右上の図より, 面 PQR と面 RSU の交線は, 面 ACF と面 CFH の交線と一致するので, 面 ACF と面 CFH の両方にある共通線 CF が交線であることがわかる. \Rightarrow 交線は直線 CF

立方体 $ABCD - EFGH$ について考えると,

直線 CF と交わる辺 辺 $CD, FE, BC, BF, GC, GF \Rightarrow 6$ 本

直線 CF と平行な辺 なし

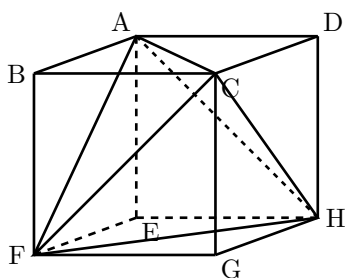
ねじれの位置にあるとは, 「交わる」「平行」のいずれでもない状態であるから,

$$12 - 6 = 6$$

答え ~ 6本

2. 立方体 ABCD - EFGH について考える。(S 級 2 分, A 級 3 分, B 級 5 分, C 級 7 分)

- (1) 立体 ACFH の名称を言え。
- (2) 立方体の一辺の長さが 6cm であるとき, 立体 ACFH の体積を求めよ。
- (3) 平面 AFC と平面 BGD が交わる部分を図示せよ。
- (4) 立体 ACFH と立体 BDEG が重なる部分の体積を求めよ。ただし, 立方体の一辺の長さを a cm とする。

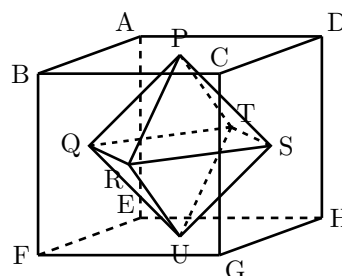
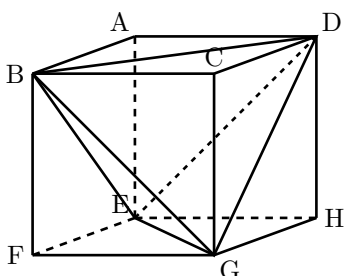
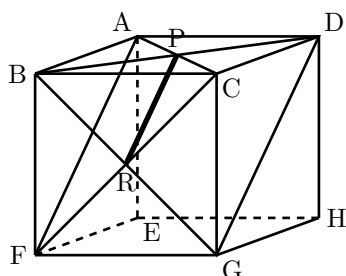


★正四面体は立方体から三角錐を 4 つ除いたもの。

(3) の答え 線分 PR

立体 BDEG も正四面体

立体 PQRSTU は正八面体



(1) **正四面体** 三角すいは間違いではないが, 不十分。

(2) ★正四面体は立方体から三角錐を 4 つ除いたもの。

$$\begin{aligned}
 \text{ACFH} &= \text{立方体} - \text{三角すい FABC} \times 4 \\
 &= 6^3 - 6 \times 6 \times \frac{1}{2} \times 6 \times \frac{1}{3} \times 4 \\
 &= 216 - 36 \times 4 = 216 - 144 = 72
 \end{aligned}$$

答え ~ 72 cm³

(3) ★交線は 2 つの交点を結ぶ。

上左図を参照してほしい。AC と BD の交点が P で, CF と BG との交点が R であるから, **線分 PR** が正解である。

(4) (3) の話を他の部分に応用していくと, 重なっている部分は正八面体 PQRSTU である。

$$\begin{aligned}
 \text{正八面体 PQRSTU} &= \text{底面 QRST} \times \text{高さ PU} \times \frac{1}{3} \\
 &= (a^2 \times \frac{1}{2}) \times a \times \frac{1}{3} \\
 &= \frac{a^3}{6}
 \end{aligned}$$

答え ~ $\frac{a^3}{6}$ cm³