反射テスト　立体図形　正多面体　理由　01

1.　正多面体の定義をあげ, 正三角形の面からなる正多面体が 3 種類である理由を説明せよ.

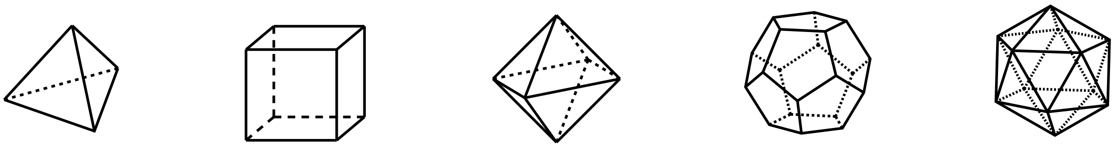
（ S 級 5 分, A 級 7 分, B 級 10 分, C 級 15 分 ）

2. 正多面体の定義をあげ，正多面体が 5 種類である理由を説明せよ．(S 級 6 分，A 級 9 分，B 級 12 分，C 級 16 分)

反射テスト　立体図形　正多面体　理由　01　解答解説

1.　正多面体の定義をあげ，正三角形の面からなる正多面体が 3 種類である理由を説明せよ．

（ S 級 5 分，A 級 7 分，B 級 10 分，C 級 15 分 ）



★ 正多面体 (*regular polyhedron*)、またはプラトンの立体 (*Platonic solid*) ともいう．

定義　全ての面が合同な正多角形で，1 つの頂点に集まる面の数がどの頂点でも等しい，へこみのない多面体．

☆以下，解答

図 1

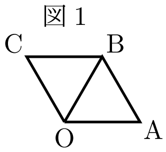


図 2

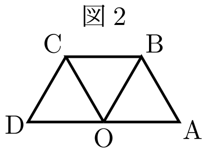


図 3

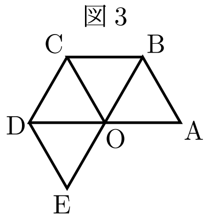


図 4

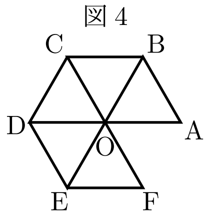
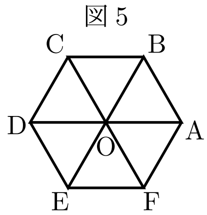


図 5



まずは正多面体の 1 つの頂点のその周りの面を作る．これをここでは角 (かど) とよぼう．

①　正三角形で多面体を作る場合．

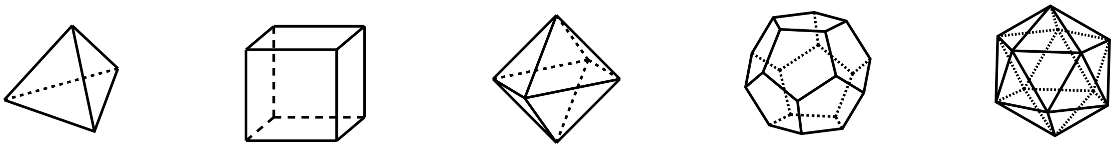
図 1 から，2 個では角が作れない．辺 OA と辺 OC をくっつけると，AB と CB もくっついて平面になる．

図 2〜4 より，3, 4, 5 個で角が作れる．例えば図 4 では，OA と OF をくっつけて正二十面体の一部ができる．

図 5 から，6 個では角を作ることができない．$60^\circ \times 6 = 360^\circ$ で平面になる．同様に 7 個以上も角を作ることができない．

①より，正三角形の面で正多面体が 3 つできることがわかる．

2. 正多面体の定義をあげ，正多面体が 5 種類である理由を説明せよ.（ S 級 6 分，A 級 9 分，B 級 12 分，C 級 16 分 ）



★ 正多面体（ *regular polyhedron* ）、またはプラトンの立体（ *Platonic solid* ）ともいう.
定義　全ての面が合同な正多角形で，1 つの頂点に集まる面の数がどの頂点でも等しい，へこみのない多面体.

☆以下，解答

図 1

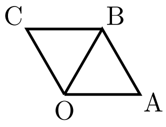


図 2

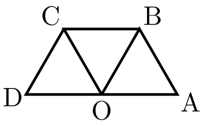


図 3

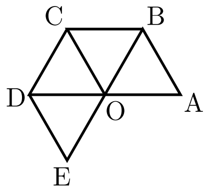


図 4

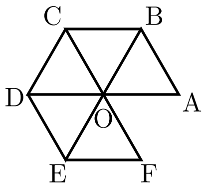
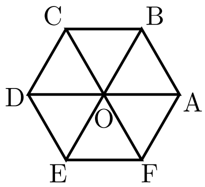


図 5



まずは正多面体の 1 つの頂点のその周りの面を作る. これをここでは角 (かど) とよぼう.
① 正三角形で多面体を作る場合.
図 1 から，2 個では角が作れない. 辺 OA と辺 OC をくっつけると，AB と CB もくっついて平面になる.
図 2〜4 より，3, 4, 5 個で角が作れる. 例えば図 4 では，OA と OF をくっつけて正二十面体の一部ができる.
図 5 から，6 個では角を作ることができない. $60^\circ \times 6 = 360^\circ$ で平面になる. 同様に 7 個以上も角を作ることができない.

図 6

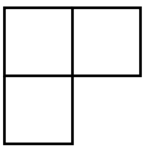


図 7

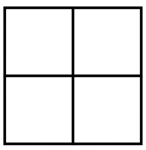


図 8

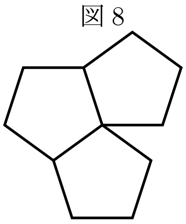
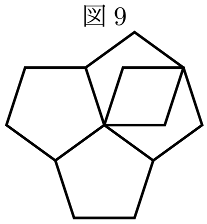


図 9



② 正四角形で多面体を作る場合.
図 6 から，3 個では角が作れるが，4 個以上では図 7 のように角を作ることができない. $90^\circ \times 4 = 360^\circ$ で平面になる.
同様にして 5 個以上でも角を作ることができない.
③ 正五角形で多面体を作る場合.
図 8 から，3 個では角が作れるが，4 個以上では図 7 のように角を作ることができない. $108^\circ \times 4 = 432^\circ > 360^\circ$.
④ 正六角形以上の場合. 正六角形で $120^\circ \times 3 = 360^\circ$ となり，角を作れない. それ以上の多角形では，1 つの内角がより大きくなるので無理.

①〜④より，正三角形の面で正多面体が 3 つ，正四角形・正五角形の面で正多面体が 1 つずつできるので，合計 5 つできることがわかる.

☆別解 (簡易)
多面体の 1 つの頂点は 3 つ以上の面が必要. 以下，面の形から何種類正多面体の角ができるか調べる.
① 正三角形　$360^\circ \div 60^\circ = 6$ から，1 つの頂点に集まる面の数は 6 未満でなくてはならない. つまり 3, 4, 5 の 3 種類.
② 正 4 角形　$360^\circ \div 90^\circ = 4$ だから，1 つの頂点に集まる面の数は 4 未満でなくてはならない. つまり 3 の 1 種類.
③ 正 5 角形　$360^\circ \div 108^\circ = 3\frac{1}{3}$ だから，1 つの頂点に集まる面の数は 3 の 1 種類.
④ 正 6 角形以上　$360^\circ \div 120^\circ = 3$ だから，1 つの頂点に集まる面の数は 3 未満になり作成不可能.
①から④より，合計 5 種類.