反射テスト　立体図形　内接球の半径　01

1.　次の立体図形の内接球の半径を求めよ.（ S 級 1 分, A 級 2 分, B 級 4 分, C 級 6 分 ）

(1)　表面積 15 , 体積 40 の立体

(2)　表面積 64 , 体積 256 の立体

(3)　表面積 $6a^2$, 体積 a^3 の立体

(4)　表面積 $2\sqrt{3}a^2$, 体積 $\dfrac{\sqrt{2}}{3}a^3$ の立体

2. 次の立体図形の内接球の半径を求めよ.（ S 級 1 分, A 級 2 分, B 級 3 分, C 級 4 分 ）

(1) 表面積 18 , 体積 96 の立体

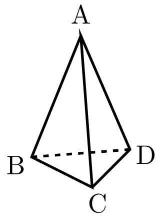
(2) 表面積 192 , 体積 288 の立体

(3) 表面積 $4\pi a^2$, 体積 $\dfrac{4}{3}\pi a^3$ の立体

(4) 表面積 $\sqrt{3}a^2$, 体積 $\dfrac{\sqrt{2}}{12}a^3$ の立体

反射テスト　立体図形　内接球の半径　01　解答解説

1.　次の立体図形の内接球の半径を求めよ.（ S 級 1 分, A 級 2 分, B 級 4 分, C 級 6 分 ）



★**内接球の半径** $\boldsymbol{r = \frac{3V}{S}}$ （ ただし V は体積, S は表面積 ）　⇔　$\mathrm{V} = \frac{\mathrm{S}r}{3}$ の形で覚えておくのもよい.

☆平面図形における内接円の半径の 3 次元バージョン $r = \frac{2\mathrm{S}}{l}$ （ ただし S は面積, l は周りの長さ ）

☆簡易証明　四面体 ABCD の体積を V, 表面積を S とする.
また, 四面体 ABCD の内接球の中心を O, 半径を r とすると, 三角錐 OBCD $= \triangle\mathrm{BCD} \times r \times \frac{1}{3}$.
同様にして, 三角錐 OACD $= \triangle\mathrm{ACD} \times r \times \frac{1}{3}$, 三角錐 OABD $= \triangle\mathrm{ABD} \times r \times \frac{1}{3}$, 三角錐 OABC $= \triangle\mathrm{ABC} \times r \times \frac{1}{3}$.
V = 三角錐 OBCD + 三角錐 OACD + 三角錐 OABD + 三角錐 OABC $= \frac{(\triangle\mathrm{BCD} + \triangle\mathrm{ACD} + \triangle\mathrm{ABD} + \triangle\mathrm{ABC})\,r}{3} = \frac{\mathrm{S}r}{3}$
これを r について解けばよい.

(1)　表面積 15 , 体積 40 の立体

★**内接球の半径** $\boldsymbol{r = \frac{3V}{S}}$ （ V は体積, S は表面積 ）

$$r = \frac{3 \times 40}{15} = \mathbf{8}$$

(2)　表面積 64 , 体積 256 の立体

★**内接球の半径** $\boldsymbol{r = \frac{3V}{S}}$ （ V は体積, S は表面積 ）

$$r = \frac{3 \times 256}{64} = \mathbf{12}$$

(3)　表面積 $6a^2$, 体積 a^3 の立体

★**内接球の半径** $\boldsymbol{r = \frac{3V}{S}}$ （ V は体積, S は表面積 ）

$$r = \frac{3 \times a^3}{6a^2} = \boldsymbol{\frac{a}{2}}$$

☆これら表面積, 体積は, 一辺 a の **立方体** の公式である.

(4)　表面積 $2\sqrt{3}a^2$, 体積 $\frac{\sqrt{2}}{3}a^3$ の立体

★**内接球の半径** $\boldsymbol{r = \frac{3V}{S}}$ （ V は体積, S は表面積 ）

$$r = \frac{3 \times \frac{\sqrt{2}}{3}a^3}{2\sqrt{3}a^2} = \boldsymbol{\frac{\sqrt{6}}{6}a}$$

☆これら表面積, 体積は, 一辺 a の **正八面体** の公式である.

2. 次の立体図形の内接球の半径を求めよ.（ S 級 1 分, A 級 2 分, B 級 3 分, C 級 4 分 ）

(1) 表面積 18 , 体積 96 の立体

★内接球の半径 $\boldsymbol{r = \frac{3V}{S}}$ （ V は体積, S は表面積 ）

$r = \frac{3 \times 96}{18} = \mathbf{16}$

(2) 表面積 192 , 体積 288 の立体

★内接球の半径 $\boldsymbol{r = \frac{3V}{S}}$ （ V は体積, S は表面積 ）

$r = \frac{3 \times 288}{192} = \boldsymbol{\frac{9}{2}}$

(3) 表面積 $4\pi a^2$, 体積 $\frac{4}{3}\pi a^3$ の立体

★内接球の半径 $\boldsymbol{r = \frac{3V}{S}}$ （ V は体積, S は表面積 ）

$r = \frac{3 \times \frac{4}{3}\pi a^3}{4\pi a^2} = \boldsymbol{a}$

☆これら表面積, 体積は, **球** の公式である.

(4) 表面積 $\sqrt{3}a^2$, 体積 $\frac{\sqrt{2}}{12}a^3$ の立体

★内接球の半径 $\boldsymbol{r = \frac{3V}{S}}$ （ V は体積, S は表面積 ）

$r = \frac{3 \times \frac{\sqrt{2}}{12}a^3}{\sqrt{3}a^2} = \boldsymbol{\frac{\sqrt{6}}{12}a}$

☆これら表面積, 体積は, 一辺 a の **正四面体** の公式である.