# 反射テスト　立体図形　等面四面体　01

**1.**　全ての面が合同な三角形からなる三角すいがある．どの面の三角形の三辺の長さも $5, 6, 7$ であるとき，次の問に答えよ．

（ $S$ 級 2 分 30 秒，$A$ 級 4 分 30 秒，$B$ 級 7 分，$C$ 級 10 分 ）

(1)　長さがわかるように，この三角すいの見取り図を描け．

(2)　この三角すいの表面積を求めよ．

(3)　この三角すいの体積を求めよ．

**2.** 全ての面が合同な三角形からなる三角すいがある. どの面の三角形の三辺の長さも $4, 5, 6$ であるとき, 次の問に答えよ.

( $S$ 級 3 分 20 秒, $A$ 級 5 分, $B$ 級 7 分, $C$ 級 10 分 )

(1) 長さがわかるように, この三角すいの見取り図を描け.

(2) この三角すいの表面積を求めよ.

(3) この三角すいの体積を求めよ.

# 反射テスト　立体図形　等面四面体　01　解答解説

**1.**　全ての面が合同な三角形からなる三角すいがある．どの面の三角形の三辺の長さも 5, 6, 7 であるとき，次の問に答えよ．
（ $S$ 級 2 分 30 秒，$A$ 級 4 分 30 秒，$B$ 級 7 分，$C$ 級 10 分 ）

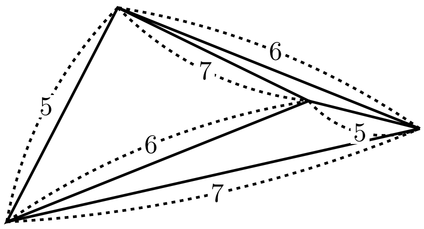
(1)　長さがわかるように，この三角すいの見取り図を描け．

(2)　この三角すいの表面積を求めよ．

(3)　この三角すいの体積を求めよ．

解答

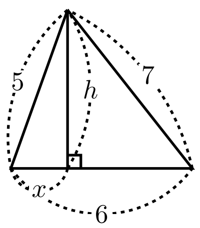
(1)




★ねじれの位置
ねじれの位置に注目．ねじれの位置にある 2 辺が等しい長さになる．

(2)

☆全ての面が合同なので 1 つの面の面積を求めればよい．



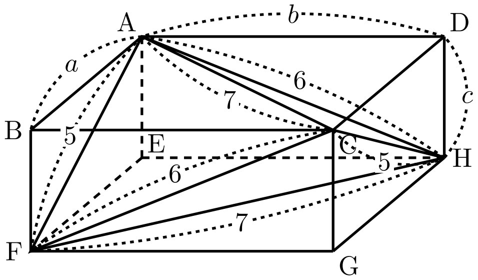

**★ 三辺の長さがわかれば三角形の高さも面積も求められる．**
△ABC において，A から辺 BC に下ろした垂線の足を H とおく．

$$\begin{cases} \triangle\text{ABH に三平方の定理を適用} & x^2 + h^2 = 5^2 \\ \triangle\text{ACH に三平方の定理を適用} & (6-x)^2 + h^2 = 7^2 \end{cases}$$

この連立方程式を解いて，$x = 1$，$h = 2\sqrt{6}$

∴　表面積は　$\dfrac{6 \times 2\sqrt{6}}{2} \times 4 = \mathbf{24\sqrt{6}}$

(3)




**★等面四面体**
ぴったり外接する直方体をイメージする．
直方体から 4 つの三角すいをのぞいたものと考える．

三平方の定理より

$a^2 + b^2 = 7^2$　かつ　$b^2 + c^2 = 6^2$　かつ　$c^2 + a^2 = 5^2$

⇔　$a^2 = 19$　かつ　$b^2 = 30$　かつ　$c^2 = 6$

それぞれ正であるから　$a = \sqrt{19}$，$b = \sqrt{30}$，$c = \sqrt{6}$

三角すいの体積は

$$\begin{aligned} abc - \frac{ab}{2} \times c \times \frac{1}{3} \times 4 &= \frac{1}{3}abc \\ &= \frac{1}{3} \times \sqrt{19} \times \sqrt{30} \times \sqrt{6} \\ &= \mathbf{2\sqrt{95}} \end{aligned}$$

**2.** 全ての面が合同な三角形からなる三角すいがある．どの面の三角形の三辺の長さも $4, 5, 6$ であるとき，次の問に答えよ．

（ $S$ 級 3 分 20 秒，$A$ 級 5 分，$B$ 級 7 分，$C$ 級 10 分 ）

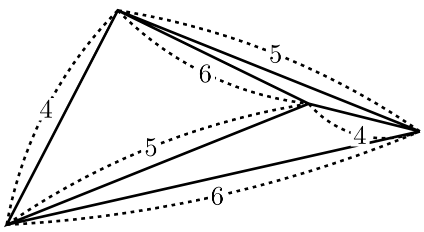
(1) 長さがわかるように，この三角すいの見取り図を描け．

(2) この三角すいの表面積を求めよ．

(3) この三角すいの体積を求めよ．

解答

(1)

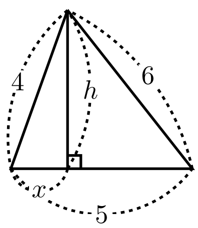



★ねじれの位置

ねじれの位置に注目．ねじれの位置にある 2 辺が等しい長さになる．

(2)

☆全ての面が合同なので 1 つの面の面積を求めればよい．




**★ 三辺の長さがわかれば三角形の高さも面積も求められる．**

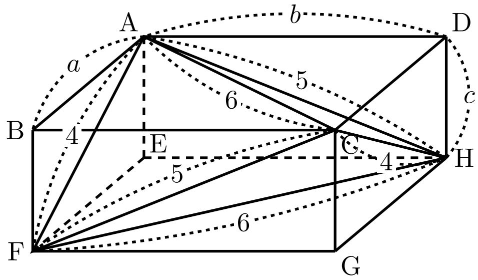
△ABC において，A から辺 BC に下ろした垂線の足を H とおく．

$$\begin{cases} \triangle\text{ABH に三平方の定理を適用} \quad x^2 + h^2 = 4^2 \\ \triangle\text{ACH に三平方の定理を適用} \quad (5-x)^2 + h^2 = 6^2 \end{cases}$$

この連立方程式を解いて，$x = \dfrac{1}{2}$，$h = \dfrac{3\sqrt{7}}{2}$

$$\therefore \quad \text{表面積は} \quad \frac{5 \times \frac{3\sqrt{7}}{2}}{2} \times 4 = \mathbf{15\sqrt{7}}$$

(3)




**★等面四面体**

ぴったり外接する直方体をイメージする．

直方体から 4 つの三角すいをのぞいたものと考える．

三平方の定理より

$$a^2 + b^2 = 6^2 \quad \text{かつ} \quad b^2 + c^2 = 5^2 \quad \text{かつ} \quad c^2 + a^2 = 4^2$$

$$\Leftrightarrow \quad a^2 = \frac{27}{2} \quad \text{かつ} \quad b^2 = \frac{45}{2} \quad \text{かつ} \quad c^2 = \frac{5}{2}$$

それぞれ正であるから $\quad a = \dfrac{3\sqrt{6}}{2}$，$b = \dfrac{3\sqrt{10}}{2}$，$c = \dfrac{\sqrt{10}}{2}$

三角すいの体積は

$$\begin{aligned} abc - \frac{ab}{2} \times c \times \frac{1}{3} \times 4 &= \frac{1}{3}abc \\ &= \frac{1}{3} \times \frac{3\sqrt{6}}{2} \times \frac{3\sqrt{10}}{2} \times \frac{\sqrt{10}}{2} \\ &= \mathbf{\frac{15\sqrt{6}}{4}} \end{aligned}$$