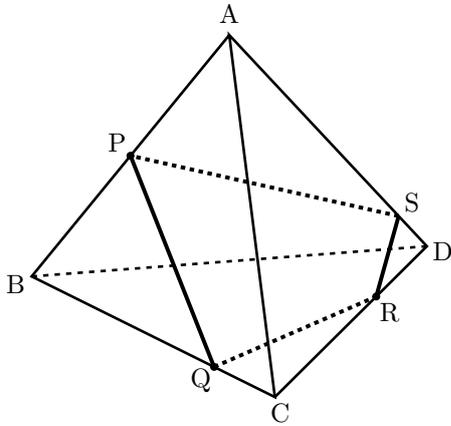


# 反射テスト 立体切断 三角すい 線分比 01

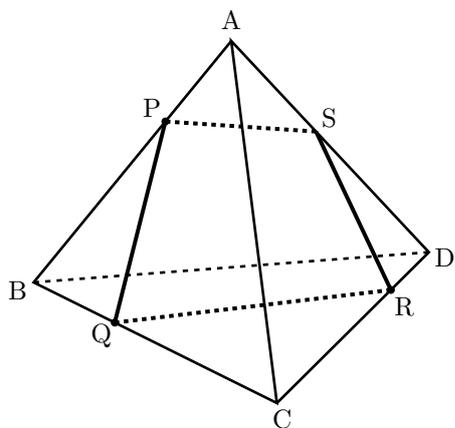
1. 平面PQRで三角すいを切断する.  $AS:SD$  を求めよ.

ただし  $AP:PB = 1:1$ ,  $BQ:QC = 3:1$ ,  $CR:RD = 2:1$  とする. (S級1分, A級2分, B級3分30秒, C級5分)



2. 平面 PQR で三角すいを切断する.  $AS : SD$  を求めよ.

ただし  $AP : PB = 1 : 2$ ,  $BQ : QC = 1 : 2$ ,  $CR : RD = 3 : 1$  とする. ( S 級 1 分, A 級 2 分, B 級 3 分 30 秒, C 級 5 分 )



# 反射テスト 立体切断 三角すい 線分比 01 解答解説

1. 平面 PQR で三角すいを切断する. AS : SD を求めよ.

ただし AP : PB = 1 : 1, BQ : QC = 3 : 1, CR : RD = 2 : 1 とする. ( S 級 1 分, A 級 2 分, B 級 3 分 30 秒, C 級 5 分 )

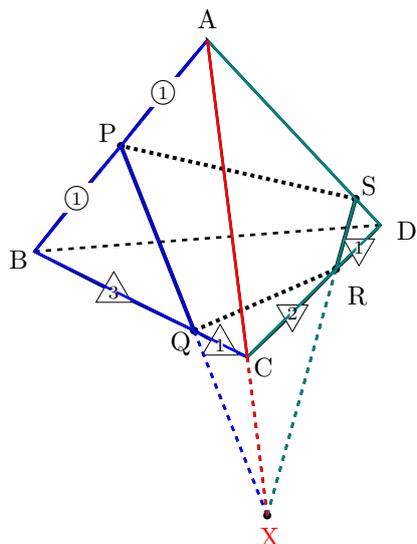
## ★ 三角すいの切断

部屋の隅っこのイメージ 角の切断 ⇒ 切断面は三角形

☆切断面が四角形の場合, 適当な辺を伸ばして三角形をイメージする.

## ★ すいの切断はメネラウス<sup>2</sup>

線分比を求める方法 メネラウスの定理を 2 回使う.



辺 AC の延長線と平面 PQR との交点を X とすれば,  
直線 PQ と SR の延長線も X を通るので,  
左図のように  $\triangle PXS$  を切断面としてイメージできる.

平面 ABC 上でメネラウスの定理を適用すると,

$$\frac{BP}{PA} \times \frac{AX}{XC} \times \frac{CQ}{QB} = 1$$

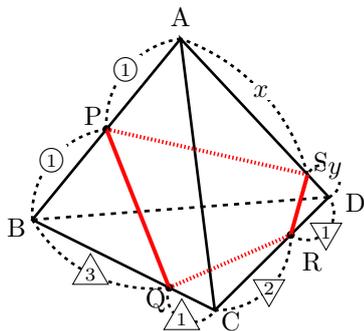
$$\frac{1}{1} \times \frac{AX}{XC} \times \frac{1}{3} = 1 \Leftrightarrow \frac{AX}{XC} = \frac{3}{1}$$

平面 ACD 上でメネラウスの定理を適用すると,

$$\frac{DS}{SA} \times \frac{AX}{XC} \times \frac{CR}{RD} = 1$$

$$\frac{DS}{SA} \times \frac{3}{1} \times \frac{2}{1} = 1 \Leftrightarrow \frac{DS}{SA} = \frac{1}{6}$$

$$\therefore AS : SD = 6 : 1$$



☆別解

## ★ おさむちゃんの定理

三角すいの切断面が四角形に成る場合, 次が成立する.

$$\frac{AP}{PB} \times \frac{BQ}{QC} \times \frac{CR}{RD} \times \frac{DS}{SA} = 1$$

$$\frac{\textcircled{1}}{\textcircled{1}} \times \frac{\textcircled{3}}{\textcircled{1}} \times \frac{\textcircled{2}}{\textcircled{1}} \times \frac{y}{x} = 1$$

$$\Leftrightarrow \frac{6}{1} \times \frac{y}{x} = 1$$

$$\therefore x : y = 6 : 1$$

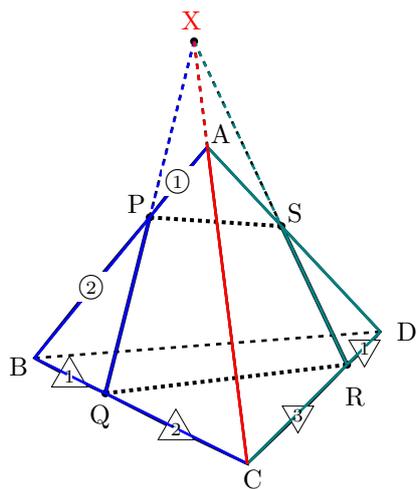
チェバの定理の 3 次元バージョン.

小 6 の生徒が発見! 彼に敬意を表して定理名を命名.

おそらくはすでに誰かが発見していると思われるが, 不勉強なためわからず.  
知っている人はぜひ教えてください!

2. 平面 PQR で三角すいを切断する. AS : SD を求めよ.

ただし AP : PB = 1 : 2, BQ : QC = 1 : 2, CR : RD = 3 : 1 とする. ( S 級 1 分, A 級 2 分, B 級 3 分 30 秒, C 級 5 分 )



辺 AC の延長線と平面 PQR S との交点を X とすれば,  
直線 PQ と SR の延長線も X を通るので,  
左図のように  $\triangle XQR$  を切断面としてイメージできる.

平面 ABC 上でメネラウスの定理を適用すると,

$$\frac{BQ}{QC} \times \frac{CX}{XA} \times \frac{AP}{PB} = 1$$

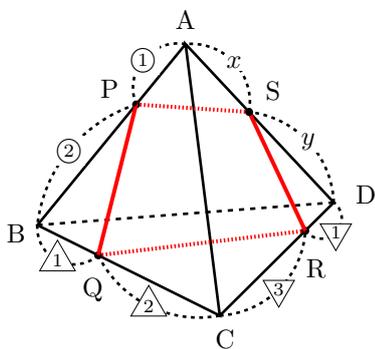
$$\frac{1}{2} \times \frac{CX}{XA} \times \frac{1}{2} = 1 \Leftrightarrow \frac{AX}{XC} = \frac{4}{1}$$

平面 ACD 上でメネラウスの定理を適用すると,

$$\frac{DR}{RC} \times \frac{CX}{XA} \times \frac{AS}{SD} = 1$$

$$\frac{1}{3} \times \frac{4}{1} \times \frac{AS}{SD} = 1 \Leftrightarrow \frac{AS}{SD} = \frac{3}{4}$$

$$\therefore AS : SD = 3 : 4$$



☆別解

★おさむちゃんの定理

三角すいの切断面が四角形に成る場合, 次が成立する.

$$\frac{AP}{PB} \times \frac{BQ}{QC} \times \frac{CR}{RD} \times \frac{DS}{SA} = 1$$

$$\frac{\textcircled{1}}{\textcircled{2}} \times \frac{\triangle 1}{\triangle 2} \times \frac{\nabla 3}{\nabla 1} \times \frac{y}{x} = 1$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{4} \times \frac{y}{x} = 1$$

$$\therefore x : y = 3 : 4$$