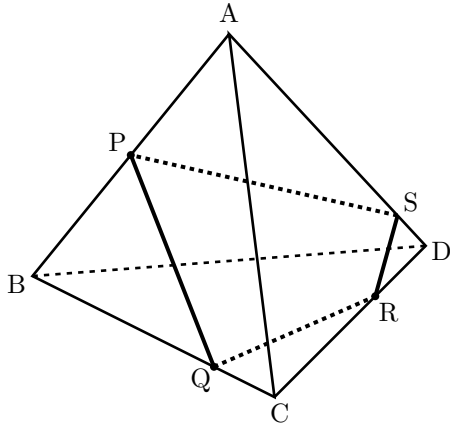


反射テスト 立体切断 三角すい 線分比 01

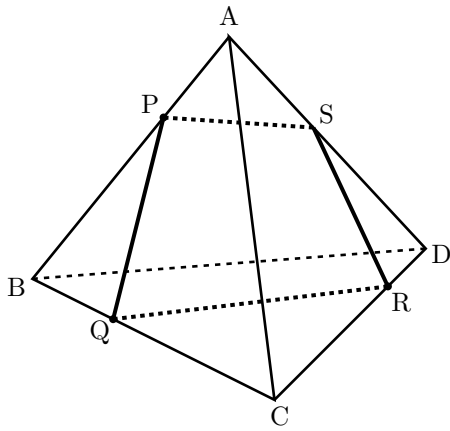
1. 平面 PQR で三角すいを切断する. $AS : SD$ を求めよ.

ただし $AP : PB = 1 : 1$, $BQ : QC = 3 : 1$, $CR : RD = 2 : 1$ とする. (S 級 1 分, A 級 2 分, B 級 3 分 30 秒, C 級 5 分)



2. 平面PQRで三角すいを切断する。AS:SDを求めよ。

ただし $AP:PB = 1:2$, $BQ:QC = 1:2$, $CR:RD = 3:1$ とする。(S級1分, A級2分, B級3分30秒, C級5分)



反射テスト 立体切断 三角すい 線分比 01 解答解説

1. 平面 PQR で三角すいを切断する. AS : SD を求めよ.

ただし AP : PB = 1 : 1, BQ : QC = 3 : 1, CR : RD = 2 : 1 とする. (S 級 1 分, A 級 2 分, B 級 3 分 30 秒, C 級 5 分)

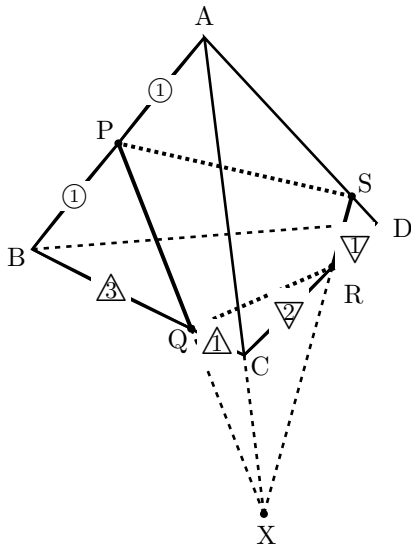
★ 三角すいの切断

部屋の隅っこのイメージ 角の切断 ⇒ 切断面は三角形

☆切断面が四角形の場合, 適当な辺を伸ばして三角形をイメージする.

★ すいの切断はメネラウス²

線分比を求める方法 メネラウスの定理 を 2 回 使う.



辺 AC の延長線と平面 PQRS との交点を X とすれば,
直線 PQ と SR の延長線も X を通るので,
左図のように $\triangle PXS$ を切断面としてイメージできる.

平面 ABC 上で メネラウスの定理 を適用すると,

$$\frac{BP}{PA} \times \frac{AX}{XC} \times \frac{CQ}{QB} = 1$$

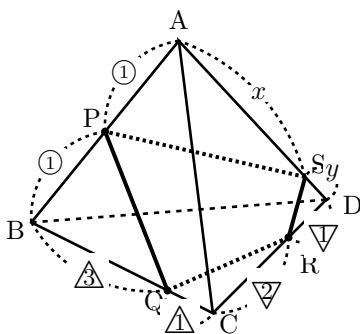
$$\frac{1}{1} \times \frac{AX}{XC} \times \frac{1}{3} = 1 \Leftrightarrow \frac{AX}{XC} = \frac{3}{1}$$

平面 ACD 上で メネラウスの定理 を適用すると,

$$\frac{DS}{SA} \times \frac{AX}{XC} \times \frac{CR}{RD} = 1$$

$$\frac{DS}{SA} \times \frac{3}{1} \times \frac{2}{1} = 1 \Leftrightarrow \frac{DS}{SA} = \frac{1}{6}$$

$\therefore AS : SD = 6 : 1$



☆別解

★ おさむちゃんの定理

三角すいの切断面が四角形に成る場合, 次が成立する.

$$\frac{AP}{PB} \times \frac{BQ}{QC} \times \frac{CR}{RD} \times \frac{DS}{SA} = 1$$

$$\frac{\textcircled{1}}{\textcircled{1}} \times \frac{\triangle}{\triangle} \times \frac{\nabla}{\nabla} \times \frac{y}{x} = 1$$

$$\Leftrightarrow \frac{6}{1} \times \frac{y}{x} = 1 \Leftrightarrow x : y = 6 : 1$$

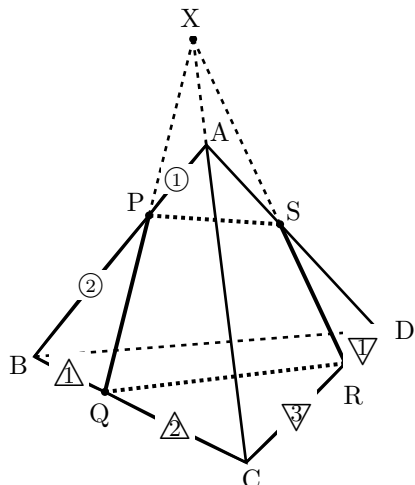
チェバの定理の 3 次元バージョン.

小 6 の生徒が発見! 彼に敬意を表して定理名を命名.

おそらくはすでに誰かが発見していると思われるが, 不勉強なためわからず.
知っている人は連絡を!

2. 平面 PQR で三角すいを切断する. AS : SD を求めよ.

ただし AP : PB = 1 : 2, BQ : QC = 1 : 2, CR : RD = 3 : 1 とする. (S 級 1 分, A 級 2 分, B 級 3 分 30 秒, C 級 5 分)



辺 AC の延長線と平面 PQR との交点を X とすれば、
直線 PQ と SR の延長線も X を通るので、
左図のように $\triangle XQR$ を切断面としてイメージできる。

平面 ABC 上でメネラウスの定理 を適用すると、

$$\frac{BQ}{QC} \times \frac{CX}{XA} \times \frac{AP}{PB} = 1$$

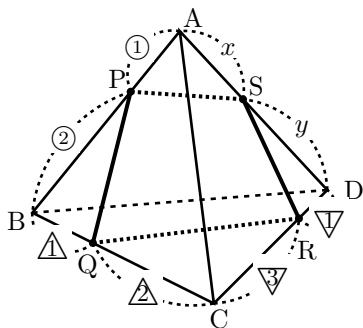
$$\frac{1}{2} \times \frac{CX}{XA} \times \frac{1}{2} = 1 \Leftrightarrow \frac{AX}{XC} = \frac{4}{1}$$

平面 ACD 上でメネラウスの定理 を適用すると、

$$\frac{DR}{RC} \times \frac{CX}{XA} \times \frac{AS}{SD} = 1$$

$$\frac{1}{3} \times \frac{4}{1} \times \frac{AS}{SD} = 1 \Leftrightarrow \frac{AS}{SD} = \frac{3}{4}$$

$$\therefore AS : SD = 3 : 4$$



☆別解

★おさむちゃんの定理

三角すいの切断面が四角形に成る場合、次が成立する。

$$\frac{AP}{PB} \times \frac{BQ}{QC} \times \frac{CR}{RD} \times \frac{DS}{SA} = 1$$

$$\frac{\textcircled{1}}{\textcircled{2}} \times \frac{\triangle}{\triangle} \times \frac{\nabla}{\nabla} \times \frac{y}{x} = 1$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{4} \times \frac{y}{x} = 1 \Leftrightarrow x : y = 3 : 4$$