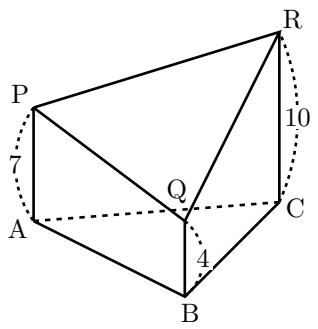
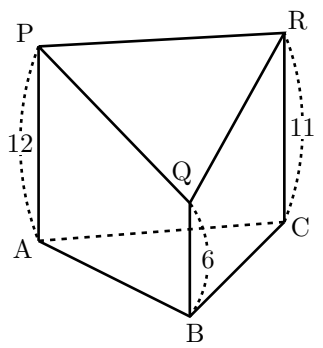
反射テスト　立体切断　三角柱　体積　01

1.　図はある三角柱を平面 PQR で切断したあとの立体である．図の AP,BQ,CR は平面 ABC に垂直である．
立体の体積を求めよ．　（ S 級 35 秒，A 級 1 分，B 級 2 分，C 級 3 分 ）

（1）　$\triangle\mathrm{ABC} = 24$.



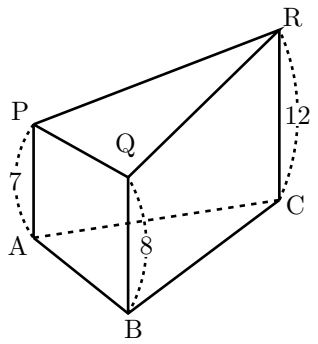
（2）　$\angle\mathrm{ABC} = 90^\circ$, $\mathrm{AB} = 12$, $\mathrm{BC} = 10$.



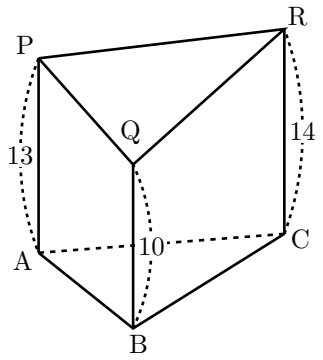
ⓒ 数学・算数を楽しむために（ http : //www.enjoymath.sakura.ne.jp/index.html ）

2. 図はある三角柱を平面 PQR で切断したあとの立体である．図の AP,BQ,CR は平面 ABC に垂直である．
立体の体積を求めよ．（ S 級 38 秒，A 級 1 分，B 級 2 分，C 級 3 分 ）

（1） $\triangle\mathrm{ABC} = 42$.



（2） $\angle\mathrm{CAB} = 90^\circ$, $\mathrm{AB} = 8$, $\mathrm{BC} = 17$, $\mathrm{CA} = 15$.

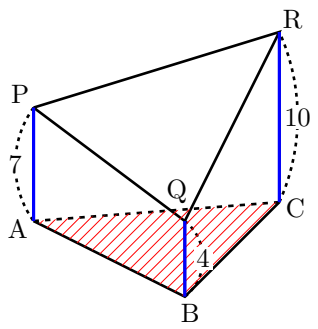


ⓒ 数学・算数を楽しむために（ http : //www.enjoymath.sakura.ne.jp/index.html ）

反射テスト　立体切断　三角柱　体積　01　解答解説

1.　図はある三角柱を平面 PQR で切断したあとの立体である．図の AP,BQ,CR は平面 ABC に垂直である．
立体の体積を求めよ．　（ S 級 35 秒，A 級 1 分，B 級 2 分，C 級 3 分 ）

（1）　$\triangle\mathrm{ABC} = 24$.

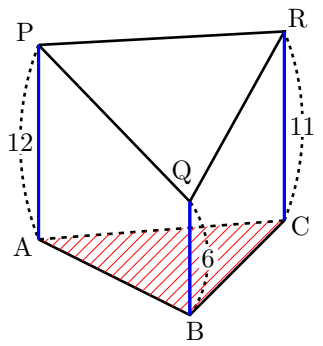


★ 三角柱の切断後の下の部分の体積 ＝ 底面積 × 高さの平均

体積は，

$$\begin{aligned}
&\text{底面積} \times \text{高さの平均} \\
&\triangle\mathrm{ABC} \times \frac{\mathrm{PA}+\mathrm{QB}+\mathrm{RC}}{3} \\
=\ &24 \times \frac{7+4+10}{3} \\
=\ &24 \times 7 = \mathbf{168}
\end{aligned}$$

（2）　$\angle\mathrm{ABC} = 90^\circ$, $\mathrm{AB} = 12$, $\mathrm{BC} = 10$.



★ 三角柱の切断後の下の部分の体積 ＝ 底面積 × 高さの平均

体積は，

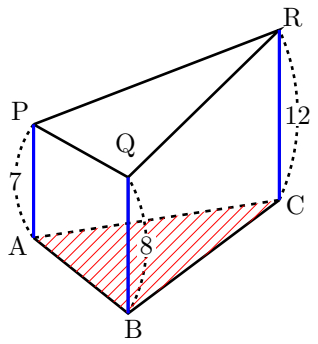
$$\begin{aligned}
&\text{底面積} \times \text{高さの平均} \\
&\triangle\mathrm{ABC} \times \frac{\mathrm{PA}+\mathrm{QB}+\mathrm{RC}}{3} \\
=\ &\frac{12\times 10}{2} \times \frac{12+6+11}{3} \\
=\ &60 \times \frac{29}{3} = \mathbf{580}
\end{aligned}$$

★補足
底面積 × 高さの平均
この高さの平均の定理は強力で，底面が平行四辺形
(長方形・ひし形・正方形も) の四角柱の切断でも使える．

ⓒ 数学・算数を楽しむために（ http : //www.enjoymath.sakura.ne.jp/index.html ）

2. 図はある三角柱を平面 PQR で切断したあとの立体である．図の AP,BQ,CR は平面 ABC に垂直である．
立体の体積を求めよ．（ S 級 38 秒，A 級 1 分，B 級 2 分，C 級 3 分 ）

（1） $\triangle\mathrm{ABC} = 42$.

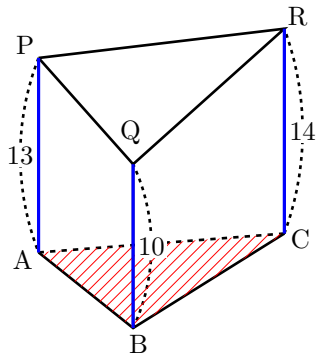


★ 三角柱の切断後の下の部分の体積 ＝ 底面積 × 高さの平均

体積は，

$$\begin{aligned} & \text{底面積} \times \text{高さの平均} \\ & \triangle\mathrm{ABC} \times \frac{\mathrm{PA}+\mathrm{QB}+\mathrm{RC}}{3} \\ = \ & 42 \times \frac{7+8+12}{3} \\ = \ & 42 \times 9 = \mathbf{378} \end{aligned}$$

（2） $\angle\mathrm{CAB} = 90^\circ$, $\mathrm{AB} = 8$, $\mathrm{BC} = 17$, $\mathrm{CA} = 15$.



★ 三角柱の切断後の下の部分の体積 ＝ 底面積 × 高さの平均

体積は，

$$\begin{aligned} & \text{底面積} \times \text{高さの平均} \\ & \triangle\mathrm{ABC} \times \frac{\mathrm{PA}+\mathrm{QB}+\mathrm{RC}}{3} \\ = \ & \frac{8\times 15}{2} \times \frac{13+10+14}{3} \\ = \ & 60 \times \frac{37}{3} = \mathbf{740} \end{aligned}$$

☆底面は ∠A が直角であることに注意．

★補足
底面積 × 高さの平均
この高さの平均の定理は強力で，底面が平行四辺形
(長方形・ひし形・正方形も) の四角柱の切断でも使える．

ⓒ 数学・算数を楽しむために（ http : //www.enjoymath.sakura.ne.jp/index.html ）