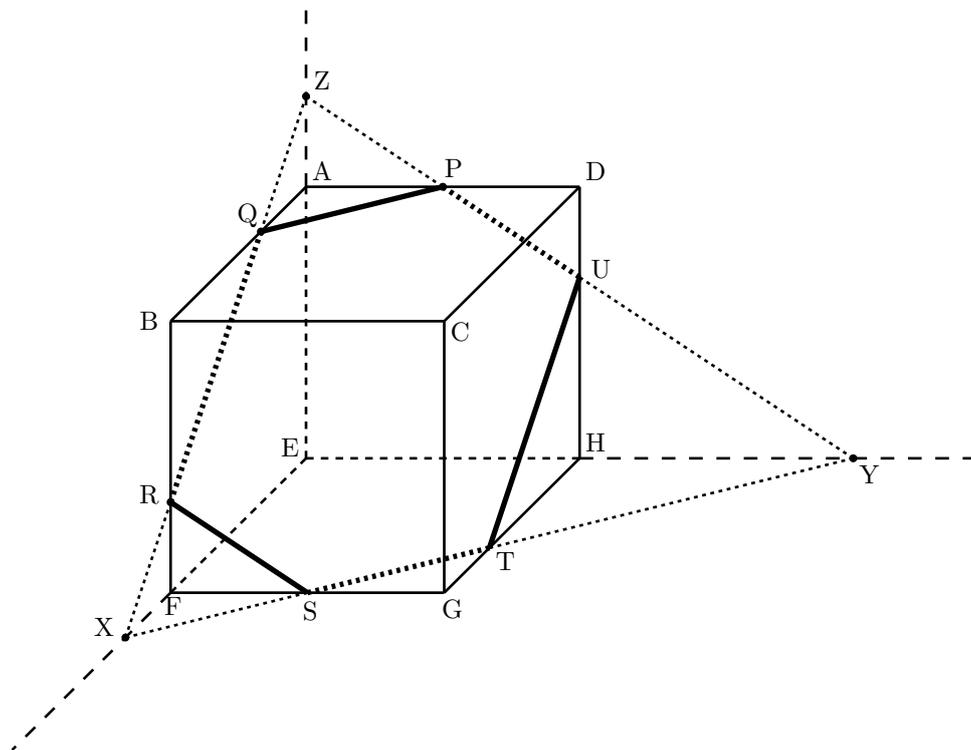


反射テスト 立体切断 直方体・立方体 すみっこ・面積比 02

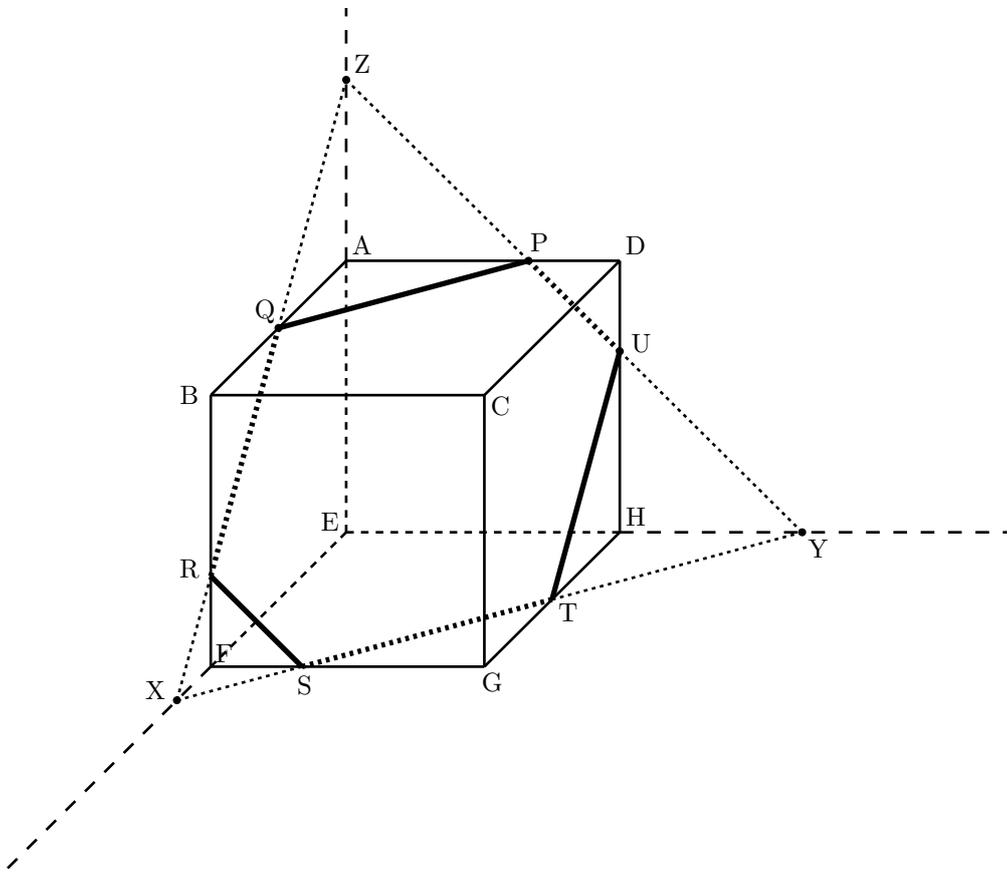
1. 立方体 $ABCD - EFGH$ を平面 PQR で切断したい. $AP : PD = 1 : 1$ かつ $AQ : QB = 1 : 2$ かつ $BR : RF = 2 : 1$ とする. 下図のように辺 EF, EH, EA を延長し, 平面 PQR との交点をそれぞれ X, Y, Z とする. さらに XY と辺 FG, GH との交点をそれぞれ S, T , YZ と辺 DH との交点を U とする. (S級1分45秒, A級3分, B級4分40秒, C級7分)

- (1) $PQ \parallel TS$ 以外に平行な2つの線分の組が立方体表面上にある. 平行記号 \parallel を用いて全て答えよ.
- (2) $DU : UH$ を求めよ.
- (3) 六角形 $PQRSTU$ は $\triangle ZXY$ の面積の何倍か.



2. 立方体 $ABCD - EFGH$ を平面 PQU で切断したい. $AP : PD = 2 : 1$ かつ $AQ : QB = 1 : 1$ かつ $DU : UH = 1 : 2$ とする. 下図のように辺 EF, EH, EA を延長し, 平面 PQU との交点をそれぞれ X, Y, Z とする. さらに XY と辺 FG, GH との交点をそれぞれ S, T , ZX と辺 BF との交点を R とする. (S 級 1 分 40 秒, A 級 3 分, B 級 4 分 40 秒, C 級 7 分)

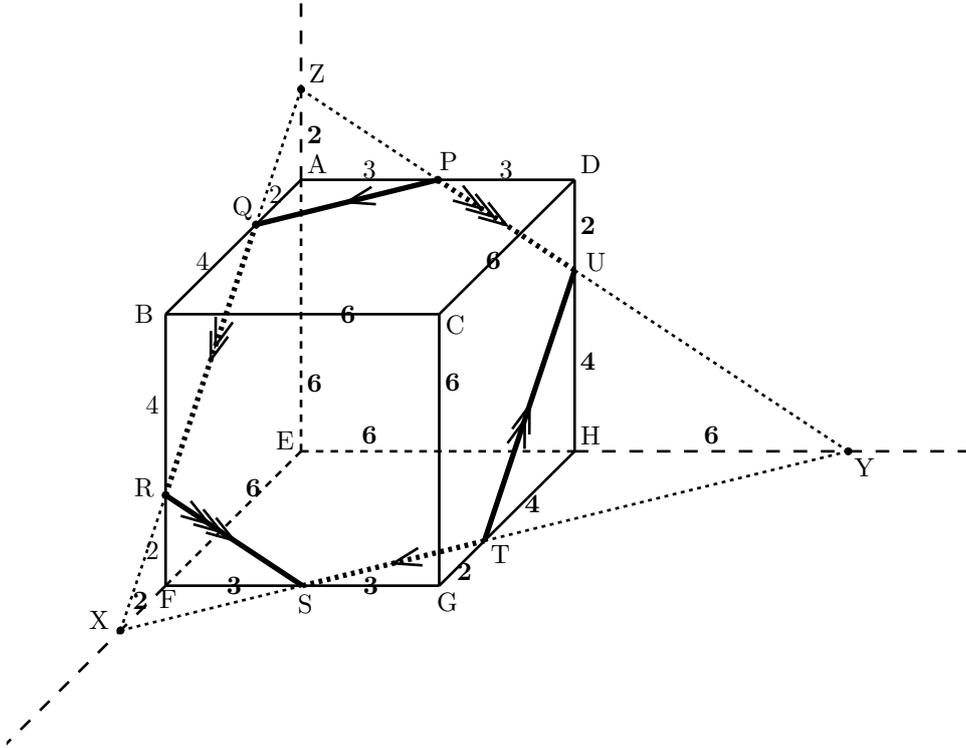
- (1) $QR \parallel UT$ 以外に平行な 2 つの線分の組が立方体表面上にある. 平行記号 \parallel を用いて全て答えよ.
- (2) $BR : RF$ を求めよ.
- (3) 六角形 $PQRSTU$ は $\triangle ZXY$ の面積の何倍か.



反射テスト 立体切断 直方体・立方体 すみっこ・面積比 02 解答解説

1. 立方体 $ABCD - EFGH$ を平面 PQR で切断したい. $AP : PD = 1 : 1$ かつ $AQ : QB = 1 : 2$ かつ $BR : RF = 2 : 1$ とする. 下図のように辺 EF, EH, EA を延長し, 平面 PQR との交点をそれぞれ X, Y, Z とする. さらに XY と辺 FG, GH との交点をそれぞれ S, T , YZ と辺 DH との交点を U とする. (S級1分45秒, A級3分, B級4分40秒, C級7分)

- (1) $PQ \parallel TS$ 以外に平行な2つの線分の組が立方体表面上にある. 平行記号 \parallel を用いて全て答えよ.
- (2) $DU : UH$ を求めよ.
- (3) 六角形 $PQRSTU$ は $\triangle ZXY$ の面積の何倍か.



★ 部屋のすみっこのイメージ

- (1) ★ 平行面は平行線 $\Rightarrow QR \parallel UT$ と $RS \parallel PU$

(2) 立方体の一辺の長さを6とする. わかっている比から線分の長さを比例配分で求めると,

$$PA = PD = 3 \quad AQ = 2 \quad BQ = 4 \quad BR = 4 \quad FR = 2 \quad \leftarrow \text{☆図に書き込む.}$$

$$\triangle AZQ \sim \triangle BRQ \sim \triangle FRX \Rightarrow ZA = 2 \quad XF = 2$$

$$\triangle FXS \equiv \triangle AQP \Rightarrow FS = 3 \Rightarrow GS = 6 - 3 = 3$$

$$\triangle GTS \equiv \triangle FXS \Rightarrow TG = 2 \Rightarrow TH = 6 - 2 = 4$$

$$\triangle HTY \sim \triangle GTS \Rightarrow YH = 3 \times \frac{2}{1} = 6$$

$$\triangle UDP \sim \triangle UHY \quad \text{相似比 } UD : UH = DP : HY = 3 : 6 = 1 : 2$$

- (3) (2) から, $UH = 6 \times \frac{2}{1+2} = 4$ ★上のようにわかった線分の長さを書き込む!

★ 面積比は相似比の2乗

三角すい $ZEXY$ の三角すい $ZAQP$ の三角すい $RFXS$ の三角すい $UHTY$

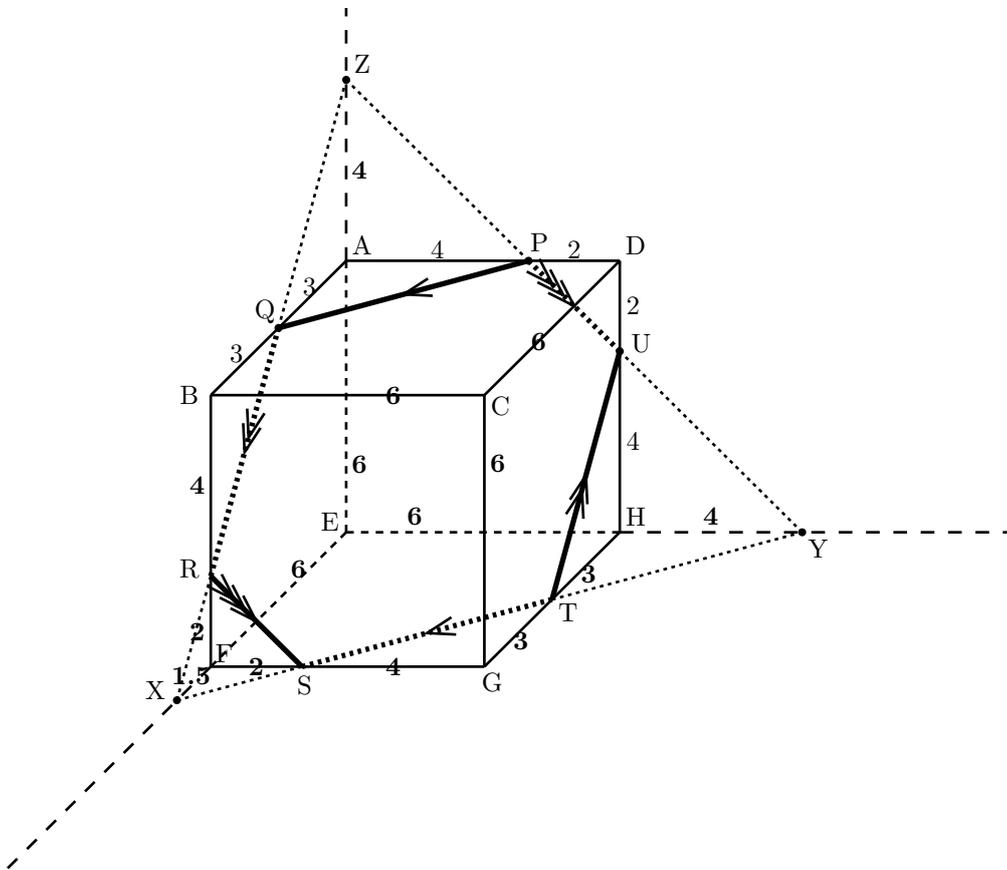
相似比は $ZE : ZA : RF : UH = (2 + 6) : 2 : 2 : 4 = 4 : 1 : 1 : 2$

$$\Rightarrow \triangle ZXY : \triangle ZQP : \triangle RFXS : \triangle UTY = 4^2 : 1^2 : 1^2 : 2^2 = \boxed{16} : \boxed{1} : \boxed{1} : \boxed{4}$$

$$\text{よって六角形 } PQRSTU = \boxed{16} - (\boxed{1} + \boxed{1} + \boxed{4}) = \boxed{10} \quad \Rightarrow \quad \boxed{10} \div \boxed{16} = \frac{5}{8} \text{ 倍}$$

2. 立方体 $ABCD - EFGH$ を平面 PQU で切断したい. $AP : PD = 2 : 1$ かつ $AQ : QB = 1 : 1$ かつ $DU : UH = 1 : 2$ とする. 下図のように辺 EF, EH, EA を延長し, 平面 PQU との交点をそれぞれ X, Y, Z とする. さらに XY と辺 FG, GH との交点をそれぞれ S, T , ZX と辺 BF との交点を R とする. (S級1分40秒, A級3分, B級4分40秒, C級7分)

- (1) $QR \parallel UT$ 以外に平行な2つの線分の組が立方体表面上にある. 平行記号 \parallel を用いて全て答えよ.
 (2) $BR : RF$ を求めよ.
 (3) 六角形 $PQRSTU$ は $\triangle ZXY$ の面積の何倍か.



★ 部屋のすみっこのイメージ

- (1) ★ 平行面は平行線 $\Rightarrow PQ \parallel TS$ と $RS \parallel PU$

(2) 立方体の一辺の長さを6とする. わかっている比から線分の長さを比例配分で求めると,
 $PA = 4$ $PD = 2$ $AQ = BQ = 3$ $DU = 2$ $HU = 4$ ←☆図に書き込む.

$$\triangle ZAP \sim \triangle UDP \sim \triangle UHY \Rightarrow ZA = 4 \quad YH = 4$$

$$\triangle HTY \equiv \triangle AQP \Rightarrow TH = 3 \Rightarrow TG = 6 - 3 = 3$$

$$\triangle GTS \equiv \triangle HTY \Rightarrow SG = 4 \Rightarrow SF = 6 - 4 = 2$$

$$\triangle FXS \sim \triangle GTS \Rightarrow FX = 3 \times \frac{1}{2} = 1.5$$

$$\triangle RBQ \sim \triangle RFX \quad \text{相似比 } RB : RF = BQ : FX = 3 : 1.5 = 2 : 1$$

- (3) (2) から, $RF = 6 \times \frac{1}{1+2} = 2$ ★上のようにわかった線分の長さを書き込む!

★ 面積比は相似比の2乗

三角すい $ZEXY \sim$ 三角すい $ZAQP \sim$ 三角すい $RFXS \sim$ 三角すい $UHTY$

相似比は $ZE : ZA : RF : UH = (4 + 6) : 4 : 2 : 4 = 5 : 2 : 1 : 2$

$$\Rightarrow \triangle ZXY : \triangle ZQP : \triangle RFXS : \triangle UTY = 5^2 : 2^2 : 1^2 : 2^2 = \boxed{25} : \boxed{4} : \boxed{1} : \boxed{4}$$

$$\text{よって六角形 } PQRSTU = \boxed{25} - (\boxed{4} + \boxed{1} + \boxed{4}) = \boxed{16} \quad \Rightarrow \quad \boxed{16} \div \boxed{25} = \frac{16}{25} \text{ 倍}$$