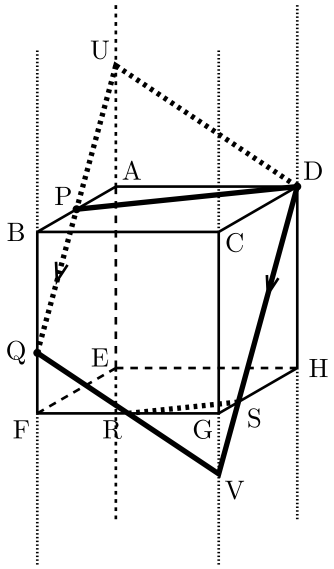
反射テスト　立体切断　直方体・立方体　角材・面積比　02

1.　1 辺の長さが 6 の立方体 ABCD − EFGH を平面 DPQ で切断したい. AP : PB = 1 : 1 かつ BQ : QF = 2 : 1 とする. 下図のように辺 AE, CG を延長し，平面 DPQ との交点を U, V とする.（ S 級 2 分 30 秒，A 級 5 分，B 級 6 分，C 級 8 分 ）

(1)　四角形 UQVD はどんな四角形か.

(2)　UA, GV の長さを求めよ.

(3)　平面 DPQ と辺 FG, GH との交点をそれぞれ R, S とするとき，五角形 PQRSD は四角形 UQVD の面積の何倍か.

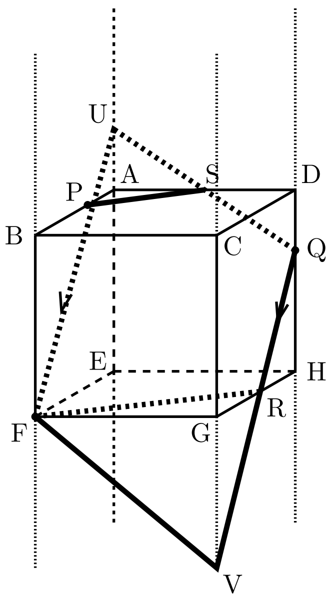


2. 1辺の長さが6の立方体 ABCD − EFGH を平面 PFQ で切断したい. AP : PB = 1 : 2 かつ DQ : QH = 1 : 2 とする. 下図のように辺 AE, CG を延長し, 平面 PFQ との交点を U, V とする.（ S 級 2 分 30 秒, A 級 5 分, B 級 6 分, C 級 8 分 ）

(1) 四角形 UFVQ はどんな四角形か.

(2) UA, GVの長さを求めよ.

(3) 平面 PFQ と辺 GH, DA との交点をそれぞれ R, S とするとき, 五角形 PFRQS は四角形 UFVQ の面積の何倍か.



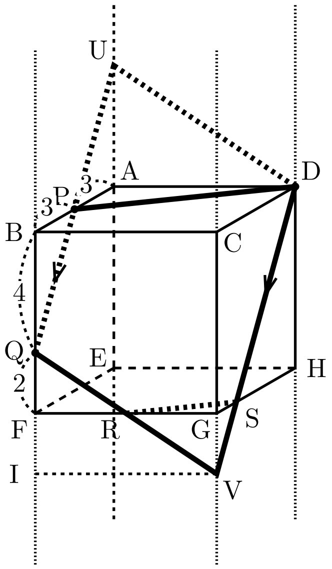
反射テスト　立体切断　直方体・立方体　角材・面積比　02　解答解説

1.　1 辺の長さが 6 の立方体 ABCD − EFGH を平面 DPQ で切断したい. AP : PB = 1 : 1 かつ BQ : QF = 2 : 1 とする. 下図のように辺 AE, CG を延長し，平面 DPQ との交点を U, V とする.（ S 級 2 分 30 秒，A 級 5 分，B 級 6 分，C 級 8 分 ）

(1)　四角形 UQVD はどんな四角形か.

(2)　UA, GVの長さを求めよ.

(3)　平面 DPQ と辺 FG, GH との交点をそれぞれ R, S とするとき，五角形 PQRSD は四角形 UQVD の面積の何倍か.



(1)　正解は，**平行四辺形**

★ 平行面で平行線

面 ABFE と面 DCGH が平行　⇒　UQ と DVが平行

面 AEHD と面 BFGC が平行　⇒　UD と QVが平行

よって 2 組の対辺が平行だから，UQVD は **平行四辺形**.

(2)　△PAU ∽ △PBQ

AP = BP であるから合同.

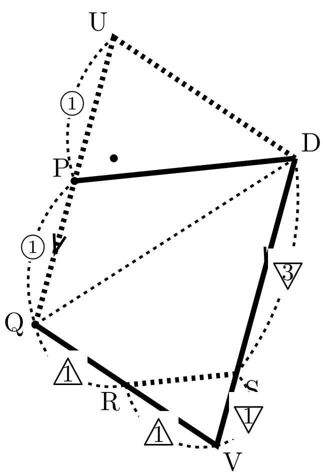
UA = QB = **4**

左図のように V から BF の延長線に下ろした垂線の足を I とすれば,

△UAD ≡ △QIV

⇒　QI = UA = 4

∴　GV = QI − QF = 4 − 2 = **2**



(3)　△PAU ≡ △PBQ

⇒　UP : QP = 1 : 1

△RQF ≡ △RVS

⇒　RQ : RV = 1 : 1

△SVG ∽ △SDH

⇒　SV : SD = VG : DH = 6 : 2 = 3 : 1

以上をまとめたものが左図.

平行四辺形 UQVD の面積を 1 とすれば,

$$\triangle \mathrm{DUP} = \frac{1}{2}\triangle \mathrm{DUQ} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

$$\triangle \mathrm{VSR} = \triangle \mathrm{VDQ} \times \frac{1}{1+1} \times \frac{1}{1+3}$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{16}$$

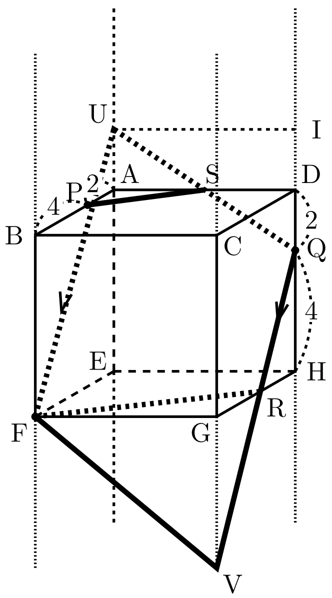
よって，五角形 PQRSD $= 1 - \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{16}\right) = \mathbf{\frac{11}{16}}$

2. 1辺の長さが6の立方体 ABCD − EFGH を平面 PFQ で切断したい. AP : PB = 1 : 2 かつ DQ : QH = 1 : 2 とする. 下図のように辺 AE, CG を延長し，平面 PFQ との交点を U, Vとする.（S 級2分30秒，A 級5分，B 級6分，C 級8分）

(1) 四角形 UFVQ はどんな四角形か.

(2) UA, GVの長さを求めよ.

(3) 平面 PFQ と辺 GH, DA との交点をそれぞれ R, S とするとき，五角形 PFRQS は四角形 UFVQ の面積の何倍か.



(1) 正解は，**平行四辺形**

★平行面で平行線

面 ABFE と面 DCGH が平行 ⇒ UF と QVが平行

面 AEHD と面 BFGC が平行 ⇒ UQ と FVが平行

よって2組の対辺が平行だから，UQVD は **平行四辺形**.

(2) $\triangle\mathrm{PAU} \backsim \triangle\mathrm{PBF}$

$\mathrm{PA} : \mathrm{PB} = 2 : 4 = 1 : 2$

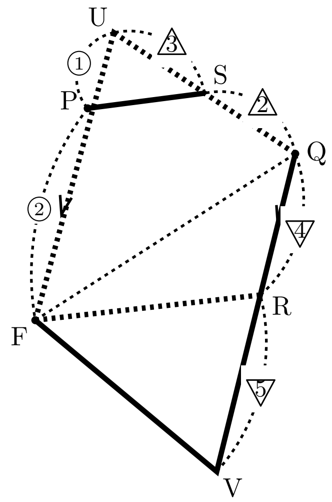
⇒ $\mathrm{UA} : \mathrm{FB} = 1 : 2$

⇒ $\mathrm{UA} = \mathrm{FB} \times \frac{1}{2} = 6 \times \frac{1}{2} = \mathbf{3}$

左図のように U から DH の延長線に下ろした垂線の足を I とすれば,

$\triangle\mathrm{FVG} \equiv \triangle\mathrm{UQI}$

⇒ $\mathrm{GV} = \mathrm{IQ} = \mathrm{QD} + \mathrm{UA} = 2 + 3 = \mathbf{5}$



(3) $\triangle\mathrm{PAU} \backsim \triangle\mathrm{PBF}$

⇒ $\mathrm{UP} : \mathrm{FP} = 1 : 2$

$\triangle\mathrm{SUA} \backsim \triangle\mathrm{SQD}$

⇒ $\mathrm{SU} : \mathrm{SQ} = 3 : 2$

$\triangle\mathrm{RHQ} \backsim \triangle\mathrm{RGV}$

⇒ $\mathrm{RQ} : \mathrm{RV} = \mathrm{QH} : \mathrm{VG} = 4 : 5$

以上をまとめたものが左図.

平行四辺形 UQVD の面積を 1 とすれば,

$$\triangle\mathrm{VRF} = \frac{5}{5 + 4}\triangle\mathrm{VQF} = \frac{5}{9} \times \frac{1}{2} = \frac{5}{18}$$

$$\triangle\mathrm{UPS} = \triangle\mathrm{UFQ} \times \frac{1}{1 + 2} \times \frac{3}{3 + 2}$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times \frac{3}{5} = \frac{1}{10}$$

よって，五角形 PQRSD $= 1 - \left(\frac{5}{18} + \frac{1}{10}\right) = \mathbf{\frac{28}{45}}$