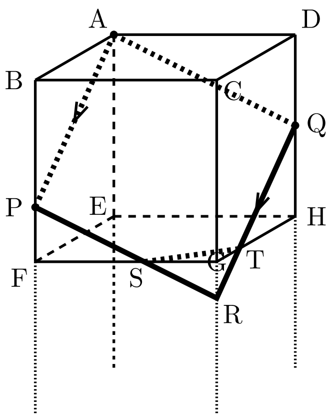
反射テスト　立体切断　直方体・立方体　角材・面積比　01

1. 　立方体 ABCD − EFGH を平面 APQ で切断したい. BP : PF = 3 : 1 かつ DQ : QH = 1 : 1 とする. 下図のように辺 CG を延長し, 平面 APQ との交点を R とすると, 色々な求値が可能になる. (S 級 1 分 30 秒, A 級 2 分 45 秒, B 級 4 分, C 級 6 分)

(1) 　四角形 APRQ はどんな四角形か.

(2) 　平面 APQ と辺 FG との交点を S とするとき, FS : SG を求めよ.

(3) 　五角形 APSTQ は四角形 APRQ の面積の何倍か.

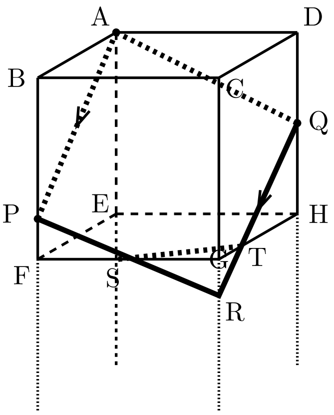


2. 立方体 ABCD − EFGH を平面 APQ で切断したい. BP : PF = 5 : 1 かつ DQ : QH = 1 : 1 とする. 下図のように辺 CG を延長し, 平面 APQ との交点を R とすると, 色々な求値が可能になる. (S 級 1 分 30 秒, A 級 2 分 45 秒, B 級 4 分, C 級 6 分)

(1) 四角形 APRQ はどんな四角形か.

(2) 平面 APQ と辺 FG との交点を S とするとき, FS : SG を求めよ.

(3) 五角形 APSTQ は四角形 APRQ の面積の何倍か.



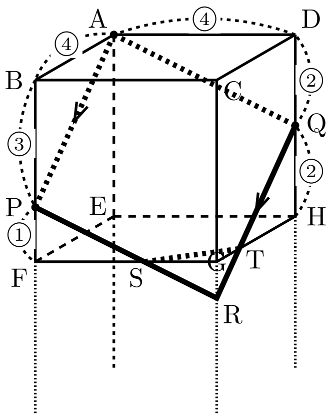
反射テスト　立体切断　直方体・立方体　角材・面積比　01　解答解説

1.　立方体 ABCD − EFGH を平面 APQ で切断したい. BP : PF = 3 : 1 かつ DQ : QH = 1 : 1 とする. 下図のように辺 CG を延長し, 平面 APQ との交点を R とすると, 色々な求値が可能になる. (S 級 1 分 30 秒, A 級 2 分 45 秒, B 級 4 分, C 級 6 分)

(1)　四角形 APRQ はどんな四角形か.

(2)　平面 APQ と辺 FG との交点を S とするとき, FS : SG を求めよ.

(3)　五角形 APSTQ は四角形 APRQ の面積の何倍か.



(1)　正解は, **平行四辺形**

★ 平行面で平行線

面 ABFE と面 DCGH が平行　⇒　AP と QR が平行

面 AEHD と面 BFGC が平行　⇒　AQ と PR が平行

よって 2 組の対辺が平行だから, APRQ は **平行四辺形**.

△ABP と △ADQ から, AP ≠ AQ がわかるので, ひし形ではない.

また, ∠PAQ が 90° より小さいので, 長方形でもない.

(2)　BF = DH であり,

BP : PF = 3 : 1 かつ DQ : QH = 1 : 1 であるから,

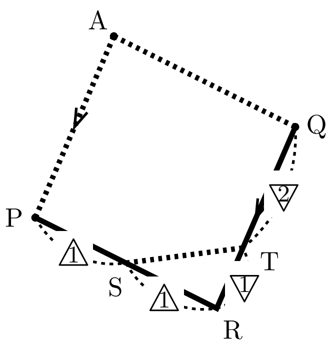
連比より, 左図のように BP = ③, PF = ①, DQ = ②, QH = ② とおける.

★ 図形の基本は三角形

FS, SG の長さ・比を知りたい. ⇒ FS, SG を一辺とする三角形は？

△PFS と △QDA が相似　⇒　FS = ②

FS : SG = ② : (④ − ②) = **1 : 1**



(3)　平行四辺形 APRQ に注目 (左図).

S, T にまつわる線分比を求めてから, 面積比を考える.

△PFS と △RGS が相似. (2) から, GR = ① かつ PS : RS = 1 : 1 (左図△1, △1)

★ 図形の基本は三角形

QT, TR の長さ・比を知りたい. ⇒ QT, TR を一辺とする三角形は？

△QTH, △RTG が相似 ⇒ QT : RT = QH : RG = ② : ① = 2 : 1 (左図▽2, ▽1)

左図のように線分比がわかったので, ここから面積比を考える.

平行四辺形 APRQ の面積を 1 とすると, △RQP $= \frac{1}{2}$ より,

$$\triangle RTS = \frac{\triangle 1}{\triangle 1 + \triangle 1} \times \frac{\triangledown 1}{\triangledown 2 + \triangledown 1} \times \triangle RQP = \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{12}$$

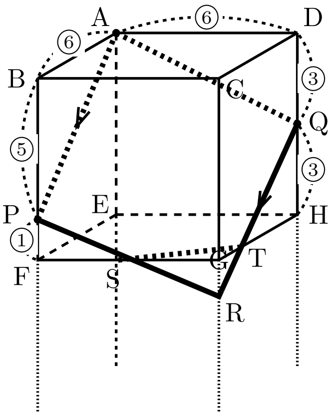
$$\text{五角形 APSTQ} = \text{平行四辺形 APRQ} - \triangle RTS = 1 - \frac{1}{12} = \mathbf{\frac{11}{12}}$$

2.　立方体 ABCD − EFGH を平面 APQ で切断したい. BP : PF = 5 : 1 かつ DQ : QH = 1 : 1 とする. 下図のように辺 CG を延長し, 平面 APQ との交点を R とすると, 色々な求値が可能になる. (*S* 級 1 分 30 秒, *A* 級 2 分 45 秒, *B* 級 4 分, *C* 級 6 分)

(1)　四角形 APRQ はどんな四角形か.

(2)　平面 APQ と辺 FG との交点を S とするとき, FS : SG を求めよ.

(3)　五角形 APSTQ は四角形 APRQ の面積の何倍か.



(1)　正解は, **平行四辺形**

★ 平行面で平行線

面 ABFE と面 DCGH が平行　⇒　AP と QR が平行

面 AEHD と面 BFGC が平行　⇒　AQ と PR が平行

よって 2 組の対辺が平行だから, APRQ は **平行四辺形**.

△ABP と △ADQ から, AP ≠ AQ がわかるので, ひし形ではない.

また, ∠PAQ が 90° より小さいので, 長方形でもない.

(2)　BF = DH であり,

BP : PF = 5 : 1 かつ DQ : QH = 1 : 1 であるから,

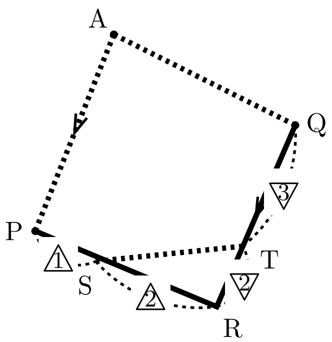
連比より, 左図のように BP = ⑤, PF = ①, DQ = ③, QH = ③ とおける.

★ 図形の基本は三角形

FS, SG の長さ・比を知りたい. ⇒ FS, SG を一辺とする三角形は？

△PFS と △QDA が相似　⇒　FS = ②

FS : SG = ② : (⑥ − ②) = **1 : 2**



(3)　平行四辺形 APRQ に注目 (左図).

S, T にまつわる線分比を求めてから, 面積比を考える.

△PFS と △RGS が相似. (2) から, GR = ② かつ PS : RS = 1 : 2 (左図△1, △2)

★ 図形の基本は三角形

QT, TR の長さ・比を知りたい. ⇒ QT, TR を一辺とする三角形は？

△QTH, △RTG が相似 ⇒ QT : RT = QH : RG = ③ : ② = 3 : 2 (左図▽3, ▽2)

左図のように線分比がわかったので, ここから面積比を考える.

平行四辺形 APRQ の面積を 1 とすると, △RQP $= \dfrac{1}{2}$ より,

$$\triangle \mathrm{RTS} = \frac{\text{△2}}{\text{△1} + \text{△2}} \times \frac{\text{▽2}}{\text{▽2} + \text{▽3}} \times \triangle \mathrm{RQP} = \frac{2}{3} \times \frac{2}{5} \times \frac{1}{2} = \frac{2}{15}$$

$$\text{五角形 APSTQ} = \text{平行四辺形 APRQ} - \triangle \mathrm{RTS} = 1 - \frac{2}{15} = \mathbf{\frac{13}{15}}$$