反射テスト　立体切断　直方体・立方体　部屋のすみっこのイメージ　05

1.　1 辺 6 cm の立方体を 3 点 P, Q, R を通る平面で切断する. P, Q, R はどれも各辺の中点とする.

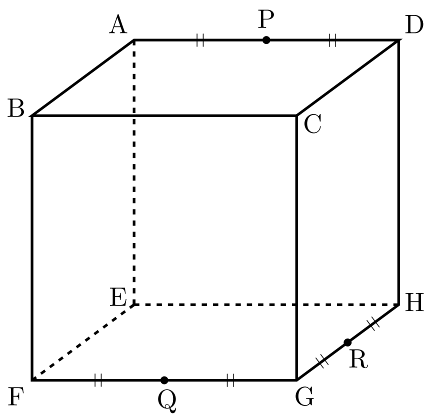
（ S 級 1 分 35 秒, A 級 2 分 50 秒, B 級 4 分 45 秒, C 級 7 分 ）

(1)　切断面の形を答えよ.

(2)　切断面と辺 AB の交点を S とするとき, AS の長さを求めよ.

(3)　切断面の面積を求めよ.

(4)　切断後, 分かれてできた立体のうち E を含む方の立体の体積を求めよ.



2. 1 辺 a cm の立方体を 3 点 P, Q, R を通る平面で切断する．P, Q, R はどれも各辺の中点とする．

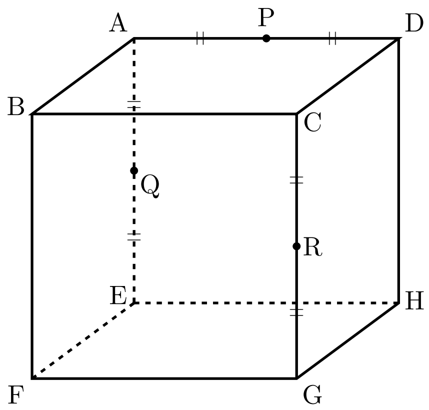
（ S 級 1 分 35 秒, A 級 2 分 50 秒, B 級 4 分 45 秒, C 級 7 分 ）

(1) 切断面の形を答えよ．

(2) 切断面と辺 EF の交点を S とするとき，FS の長さを求めよ．

(3) 切断面の面積を求めよ．

(4) 切断後，分かれてできた立体のうち B を含む方の立体の体積を求めよ．



反射テスト　立体切断　直方体・立方体　部屋のすみっこのイメージ　05　解答解説

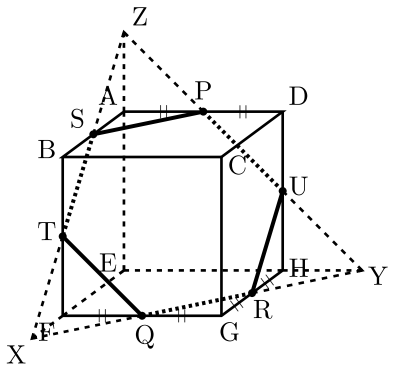
1.　1 辺 6 cm の立方体を 3 点 P，Q，R を通る平面で切断する．P, Q, R はどれも各辺の中点とする．
（ S 級 1 分 35 秒，A 級 2 分 50 秒，B 級 4 分 45 秒，C 級 7 分 ）

(1)　切断面の形を答えよ．

(2)　切断面と辺 AB の交点を S とするとき，AS の長さを求めよ．

(3)　切断面の面積を求めよ．

(4)　切断後，分かれてできた立体のうち E を含む方の立体の体積を求めよ．



(1)　下の補足から，切断面 PSTQRU の形は　**正六角形**

(2)　下の補足から，$\mathrm{AS} = 6 \times \dfrac{1}{2} = \mathbf{3\,cm}$

(3)　下の補足から，△ASP は直角二等辺三角形．

$\mathrm{PS} = \mathrm{AS} \times \dfrac{\sqrt{2}}{1} = 3\sqrt{2}$

正六角形 PSTQRU の 1 辺の長さが $3\sqrt{2}$ cm とわかる．

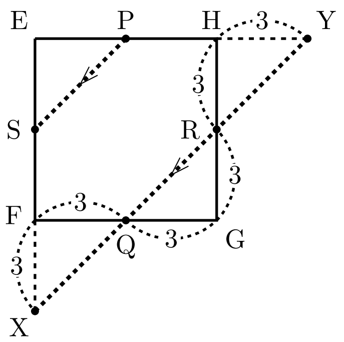
正六角形 PSTQRU = 1 辺 $3\sqrt{2}$ の正三角形 × 6　←☆ (3) 補足

$= \dfrac{\sqrt{3}}{4} \times \left(3\sqrt{2}\right)^2 \times 6 = \mathbf{27\sqrt{3}\,cm^2}$

(4)　上図と下の補足から，E を含む立体 (奥) と E を含まない立体 (手前) は合同．

E を含む立体の体積は，立方体の半分である．　$6^3 \times \dfrac{1}{2} = \mathbf{108\,cm^3}$

(1)(2) 補足



★ 投影図 (平面図…上から見た図)

①　QF = QG = 6 ÷ 2 = 3　　RG = RH = 6 ÷ 2 = 3

★ 部屋のすみっこのイメージ　⇒　EF, EH, EA を延長．

直線 QR と延長線 EF, EH との交点から X, Y を決定．

このとき立方体を上から見た投影図 (平面図) が左図．

△FXQ ≡ △GRQ ≡ △HRY　どれも直角二等辺三角形 (左図参照)

②　直線 YP と，辺 DH, 延長線 EA との交点から U, Z を決定．(左上の問題立体図)

DP = HY = AP = 3 から，△UDP ≡ △UHY ≡ △ZAP

⇒　UD = UH = ZA = 3

③　直線 XZ を引いて，立方体の二辺との交点から S, T を決定．(左上の問題立体図)

△AZS ≡ △BTS ≡ △FTX ∽ △EZX　どれも直角二等辺三角形

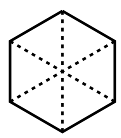
⇒　AS = BS = BT = FT = 3

☆③別解　**★ 平行面で平行線　…角材の切断のイメージ (切断面は平行四辺形)**

底の面 EFGH と平行な面 ABCD 上の P に注目して，P を通って QR に平行な直線を引く．

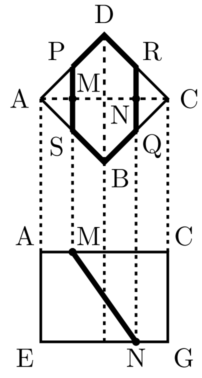
AB との交点を S とすると，S は AB の中点．(補足の投影図参照)

(3) 補足



★ 正六角形 ＝ 正三角形×6

(4) 補足　**★ ななめ 45° からの投影図**



…立方体のデルピエロゾーン

BFGC を真正面として，

左ななめ 45° から見た図．

左ななめ 45° からのシュートが

得意だったデルピエロにちなんで，

デルピエロゾーン と名付けた．

切断面が直線に見える方向 から

描くのがコツ．

2. 1 辺 a cm の立方体を 3 点 P, Q, R を通る平面で切断する. P, Q, R はどれも各辺の中点とする.

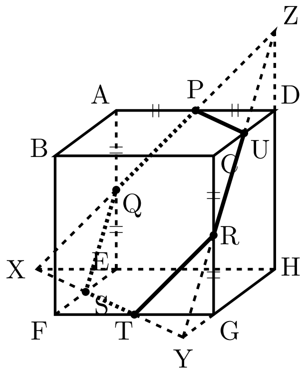
（ S 級 1 分 35 秒, A 級 2 分 50 秒, B 級 4 分 45 秒, C 級 7 分 ）

(1) 切断面の形を答えよ.

(2) 切断面と辺 EF の交点を S とするとき, FS の長さを求めよ.

(3) 切断面の面積を求めよ.

(4) 切断後, 分かれてできた立体のうち B を含む方の立体の体積を求めよ.



(1) 下の補足から, 切断面 PQSTRU の形は **正六角形**

(2) 下の補足から, FS $= a \times \dfrac{1}{2} = \boldsymbol{\dfrac{a}{2}}$ **cm**

(3) 下の補足から, △APQ は直角二等辺三角形.

PQ $=$ AP $\times \dfrac{\sqrt{2}}{1} = \frac{\sqrt{2}a}{2}$

正六角形 PQSTRU の 1 辺の長さが $\frac{\sqrt{2}a}{2}$ cm とわかる.

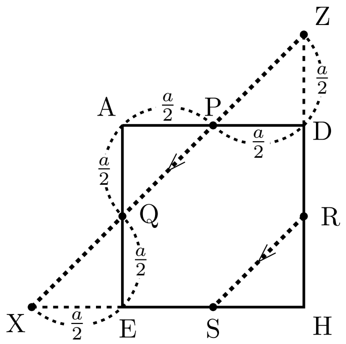
正六角形 PQSTRU $=$ 1 辺 $\frac{\sqrt{2}a}{2}$ の正三角形 $\times 6$ ←☆ (3) 補足

$$= \frac{\sqrt{3}}{4} \times \left(\frac{\sqrt{2}a}{2}\right)^2 \times 6 = \boldsymbol{\frac{3\sqrt{3}\,a^2}{4}}\ \mathbf{cm^2}$$

(4) 上図と下の補足から, B を含む立体 (左) と B を含まない立体 (右) は合同.

B を含む立体の体積は, 立方体の半分である. $a^3 \times \dfrac{1}{2} = \boldsymbol{\dfrac{a^3}{2}}\ \mathbf{cm^3}$

(1)(2) 補足



★ 投影図 (立面図…正面から見た図)

① PA $=$ PD $= a \div 2 = \frac{a}{2}$ QA $=$ QE $= a \div 2 = \frac{a}{2}$

★ 部屋のすみっこのイメージ ⇒ HE, HG, HD を延長.

直線 PQ と延長線 HE, HD との交点から X, Z を決定.

このとき立方体を正面から見た投影図 (立面図) が左図.

△DZP ≡ △AQP ≡ △EQX どれも直角二等辺三角形 (左図参照)

② 直線 ZR と, 辺 DC, 延長線 HG との交点から U, Yを決定. (左上の問題立体図)

DZ $=$ CR $=$ GR $= \frac{a}{2}$ から, △DZU ≡ △CRU ≡ △GRY

⇒ DU $=$ CU $=$ GY $= \frac{a}{2}$

③ 直線 XYを引いて, 立方体の二辺との交点から S, T を決定. (左上の問題立体図)

△EXS ≡ △FTS ≡ △GTY∽△HXY どれも直角二等辺三角形

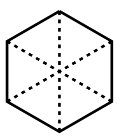
⇒ EX $=$ ES $=$ FS $=$ FT $=$ GT $=$ GY $= \frac{a}{2}$

☆③別解 **★ 平行面で平行線 …角材の切断のイメージ (切断面は平行四辺形)**

底の面 AEGD と平行な面 BFGC 上の R に注目して, R を通って PQ に平行な直線を引く.

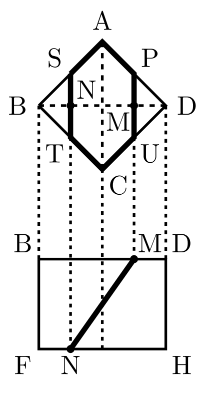
FG との交点を T とすると, T は FG の中点. (補足の投影図参照)

(3) 補足



★ 正六角形 ＝ 正三角形×6

(4) 補足 **★ ななめ 45°からの投影図**



…立方体のデルピエロゾーン

BFGC を真正面として,

右ななめ 45° から見た図.

左ななめ 45°からのシュートが

得意だったデルピエロにちなんで,

デルピエロゾーン と名付けた.

切断面が直線に見える方向 から

描くのがコツ.