反射テスト　立体切断　直方体・立方体　部屋のすみっこのイメージ　04

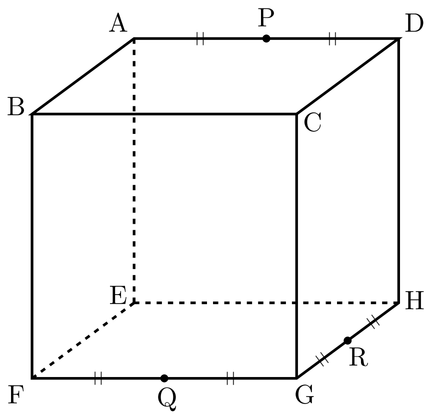
1.　1 辺 6 cm の立方体を 3 点 P, Q, R を通る平面で切断する. P, Q, R はどれも各辺の中点とする.

（ S 級 48 秒, A 級 1 分 40 秒, B 級 3 分, C 級 5 分 ）

(1)　切断面の形を答えよ.

(2)　切断面と辺 AB の交点を S とするとき, AS の長さを求めよ.

(3)　切断後, 分かれてできた立体のうち E を含む方の立体の体積を求めよ.



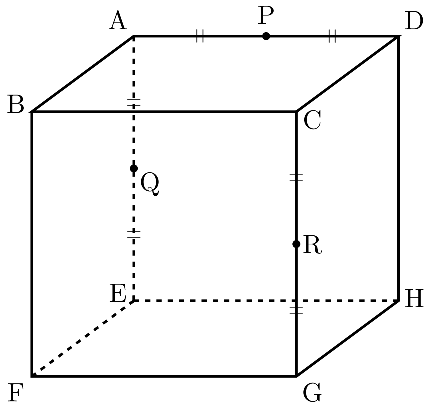
2. 1 辺 12 cm の立方体を 3 点 P, Q, R を通る平面で切断する. P, Q, R はどれも各辺の中点とする.

(S 級 55 秒, A 級 2 分, B 級 3 分 30 秒, C 級 5 分)

(1) 切断面の形を答えよ.

(2) 切断面と辺 EF の交点を S とするとき, FS の長さを求めよ.

(3) 切断後, 分かれてできた立体のうち B を含む方の立体の体積を求めよ.



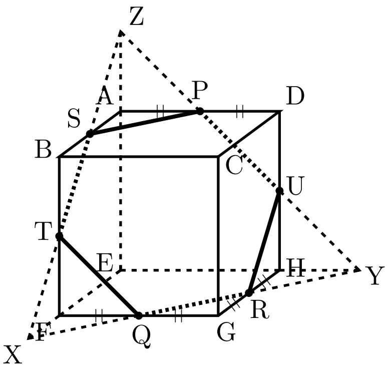
反射テスト　立体切断　直方体・立方体　部屋のすみっこのイメージ　04　解答解説

1.　1 辺 6 cm の立方体を 3 点 P, Q, R を通る平面で切断する. P, Q, R はどれも各辺の中点とする.
（ S 級 48 秒, A 級 1 分 40 秒, B 級 3 分, C 級 5 分 ）

(1)　切断面の形を答えよ.

(2)　切断面と辺 AB の交点を S とするとき, AS の長さを求めよ.

(3)　切断後, 分かれてできた立体のうち E を含む方の立体の体積を求めよ.

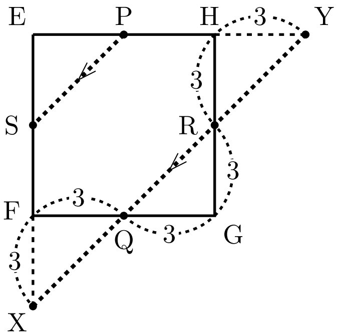


(1)　下の補足から, 切断面 PSTQRU の形は　**正六角形**

(2)　下の補足から, $\mathrm{AS} = 6 \times \dfrac{1}{2} = \mathbf{3\,cm}$

(3)　上図と下の補足から, E を含む立体 (奥) と
E を含まない立体 (手前) は合同 (形・大きさが同じこと).
E を含む立体の体積は, 立方体の半分である.
$6^3 \times \dfrac{1}{2} = \mathbf{108\,cm^3}$

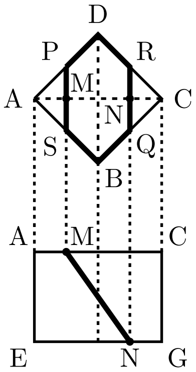
(1)(2) 補足



★ 投影図 (平面図…上から見た図)
①　QF = QG = 6 ÷ 2 = 3　　RG = RH = 6 ÷ 2 = 3
★ 部屋のすみっこのイメージ　⇒　EF, EH, EA を延長.
直線 QR と延長線 EF, EH との交点から X, Yを決定.
このとき立方体を上から見た投影図 (平面図) が左図.
△FXQ ≡ △GRQ ≡ △HRY　どれも直角二等辺三角形 (左図参照)
②　直線 YP と, 辺 DH, 延長線 EA との交点から U, Z を決定. (左上の問題立体図)
DP = HY = AP = 3 から, △UDP ≡ △UHY≡ △ZAP
⇒　UD = UH = ZA = 3
③　直線 XZ を引いて, 立方体の二辺との交点から S, T を決定. (左上の問題立体図)
△AZS ≡ △BTS ≡ △FTX ∽ △EZX　どれも直角二等辺三角形
⇒　AS = BS = BT = FT = 3

☆③別解　**★ 平行面で平行線　…角材の切断のイメージ (切断面は平行四辺形)**
底の面 EFGH と平行な面 ABCD 上の P に注目して, P を通って QR に平行な直線を引く.
AB との交点を S とすると, S は AB の中点. (補足の投影図参照)

(3) 補足　**★ ななめ 45° からの投影図**　…立方体のデルピエロゾーン



BFGC を真正面とすると, 左の投影図 (立面図) は **左ななめ45°** から見ている.
イタリアのサッカー選手デルピエロが, 左ななめ 45°からのシュートが得意だった
ということにちなんで, この観点を **デルピエロゾーン** と名付けた.
この投影図を作ることができるようになると難しい立体問題に対処できる.
ポイントは **切断面が直線に見える方向** からの投影図を描くということ.

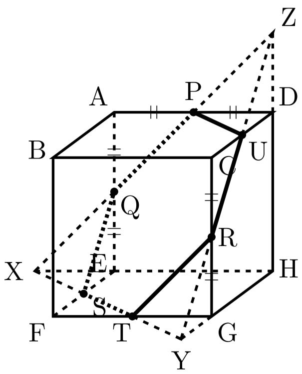
2.　1 辺 12 cm の立方体を 3 点 P, Q, R を通る平面で切断する．P, Q, R はどれも各辺の中点とする．

（S 級 55 秒，A 級 2 分，B 級 3 分 30 秒，C 級 5 分）

(1)　切断面の形を答えよ．

(2)　切断面と辺 EF の交点を S とするとき，FS の長さを求めよ．

(3)　切断後，分かれてできた立体のうち B を含む方の立体の体積を求めよ．



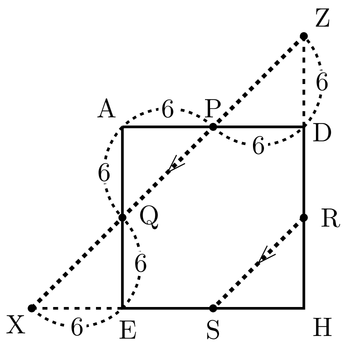
(1)　下の補足から，切断面 PQSTRU の形は　**正六角形**

(2)　下の補足から，$\mathrm{FS} = 12 \times \dfrac{1}{2} = \mathbf{6\,cm}$

(3)　上図と下の補足から，B を含む立体 (左) と
B を含まない立体 (右) は合同 (形・大きさが同じこと)．
B を含む立体の体積は，立方体の半分である．

$12^3 \times \dfrac{1}{2} = \mathbf{864\,cm^3}$

(1)(2) 補足



★ 投影図 (立面図…正面から見た図)

①　$\mathrm{PA} = \mathrm{PD} = 12 \div 2 = 6$　　$\mathrm{QA} = \mathrm{QE} = 12 \div 2 = 6$

★ 部屋のすみっこのイメージ　⇒　HE, HG, HD を延長．

直線 PQ と延長線 HE, HD との交点から X, Z を決定．

このとき立方体を正面から見た投影図 (立面図) が左図．

$\triangle\mathrm{DZP} \equiv \triangle\mathrm{AQP} \equiv \triangle\mathrm{EQX}$　どれも直角二等辺三角形 (左図参照)

②　直線 ZR と，辺 DC, 延長線 HG との交点から U, Yを決定．(左上の問題立体図)

$\mathrm{DZ} = \mathrm{CR} = \mathrm{GR} = 6$ から，$\triangle\mathrm{DZU} \equiv \triangle\mathrm{CRU} \equiv \triangle\mathrm{GRY}$

⇒　$\mathrm{DU} = \mathrm{CU} = \mathrm{GY} = 6$

③　直線 XYを引いて，立方体の二辺との交点から S, T を決定．(左上の問題立体図)

$\triangle\mathrm{EXS} \equiv \triangle\mathrm{FTS} \equiv \triangle\mathrm{GTY} \backsim \triangle\mathrm{HXY}$　どれも直角二等辺三角形

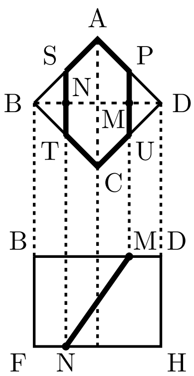
⇒　$\mathrm{EX} = \mathrm{ES} = \mathrm{FS} = \mathrm{FT} = \mathrm{GT} = \mathrm{GY} = 6$

☆③別解　**★ 平行面で平行線　…角材の切断のイメージ (切断面は平行四辺形)**

底の面 AEGD と平行な面 BFGC 上の R に注目して，R を通って PQ に平行な直線を引く．

FG との交点を T とすると，T は FG の中点．(補足の投影図参照)

(3) 補足　**★ ななめ 45° からの投影図**　…立方体のデルピエロゾーン



BFGC を真正面とすると，左の投影図 (立面図) は **右ななめ45°** から見ている．
イタリアのサッカー選手デルピエロが，左ななめ 45°からのシュートが得意だった
ということにちなんで，この観点を **デルピエロゾーン** と名付けた．
この投影図を作ることができるようになると難しい立体問題に対処できる．
ポイントは **切断面が直線に見える方向** からの投影図を描くということ．