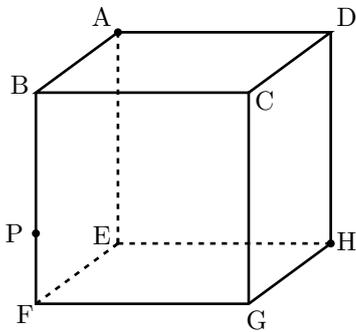


反射テスト 立体切断 直方体・立方体 部屋のすみっこのイメージ 01

1. 1辺6 cm の立方体を3点 A, H, P を通る平面で切断する. ただし $BP = 4$ cm.

(S 級 1分 30 秒, A 級 3分, B 級 5分, C 級 7分)

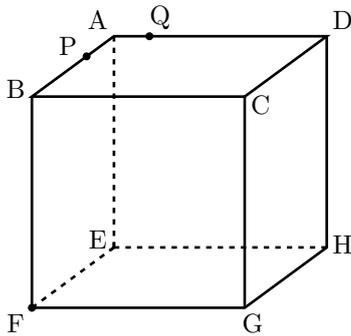
- (1) 切断面を図に描き入れよ.
- (2) 切断面の形を言え.
- (3) 切断面と辺 FG との交点を Q とする. FQ の長さを求めよ.
- (4) 切断面で立方体を2つに分けたとき, E のある方の立体の体積を求めよ.



2. 1辺6cmの立方体を3点F, P, Qを通る平面で切断する. ただし $AP = 2\text{ cm}$, $AQ = 1\text{ cm}$.

(S 級 1 分 30 秒, A 級 3 分, B 級 5 分, C 級 7 分)

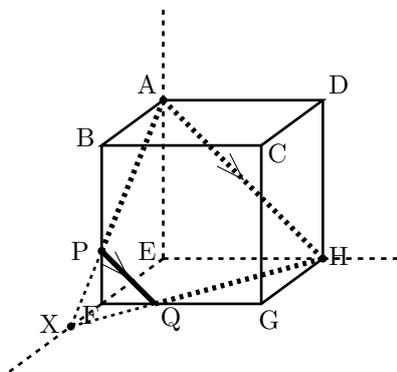
- (1) 切断面を図に描き入れよ.
- (2) 切断面の形を言え.
- (3) 切断面と辺EHとの交点をRとする. ERの長さを求めよ.
- (4) 切断面で立方体を2つに分けたとき, Eのある方の立体の体積を求めよ.



1. 1辺6cmの立方体を3点A, H, Pを通る平面で切断する. ただしBP = 4cm.

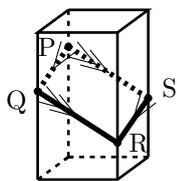
(S級1分30秒, A級3分, B級5分, C級7分)

- (1) 切断面を図に描き入れよ.
- (2) 切断面の形を言え.
- (3) 切断面と辺FGとの交点をQとする. FQの長さを求めよ.
- (4) 切断面で立方体を2つに分けたとき, Eのある方の立体の体積を求めよ.



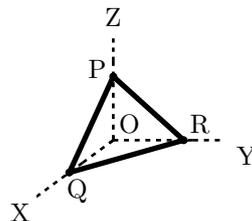
- (1) 左図太実線・太破線 ← XP・XQはなくてよい.
- (2) 切断面PQHAの形は (等脚) 台形
- (3) 下の(3)補足参照.
 $\triangle AEH$ は直角二等辺三角形 $\Rightarrow \triangle PFQ$ も直角二等辺三角形.
 $\therefore FQ = FP = 6 - 4 = 2 \text{ cm}$
- (4) 三角すいAEXHと三角すいPFXQが相似.
 相似比は $AE : PF = 6 : 2 = 3 : 1 \Rightarrow EX : FX$ も $3 : 1$
 $\Rightarrow EF : FX = (3 - 1) : 1 = 2 : 1 \Rightarrow FX = 6 \div 2 = 3 \text{ cm}$
 \therefore 下の立体の体積 = 三角すいAEXH - 三角すいPFXQ
 $= 6^2 \times \frac{1}{2} \times 9 \times \frac{1}{3} - 2^2 \times \frac{1}{2} \times 3 \times \frac{1}{3} = 52 \text{ cm}^3$

★1 角材の切断 \Rightarrow 平行面で平行線



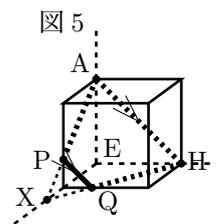
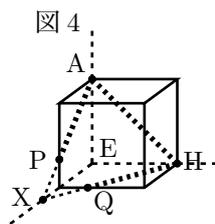
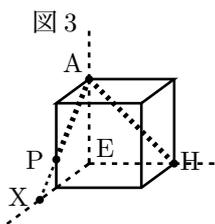
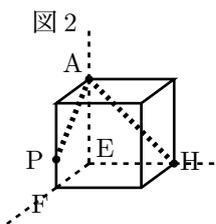
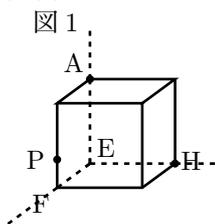
平行面にある
2つの線分が平行.
 $\begin{cases} PQ \parallel SR \\ PS \parallel QR \end{cases}$
 切断面は 平行四辺形

★2 部屋のすみっこの切断 \Rightarrow 三角形



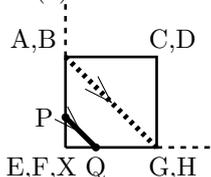
直方体のいずれかの頂点で,
部屋のすみっこを作る.
 ~左図のOX, OY, OZ
 切断するとPQRのように
三角形になる.

(1), (2) 補足



- 図1 Eをすみっこに見立てるため, EA, EF, EHを延長する.
 図2 AP, AHは立体表面上なので結ぶ.
 図3 APの延長線とEFの延長線との交点をXとする.
 図4 XHを結び, FGとの交点をQとする.
 図5 PQを結ぶ. このときPQとAHは平行になる. ←★ 平行面で平行線

(3) 補足

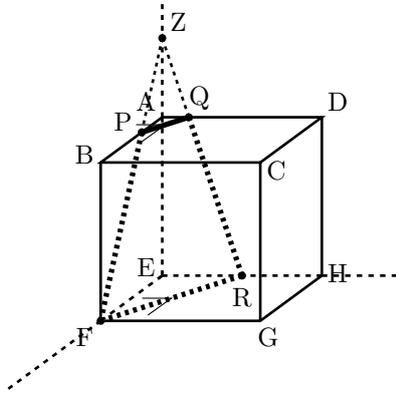


- ★ 投影図 (立面図…正面から見た図)
 正面からみると, $\triangle AEH$ と $\triangle PFQ$ の相似がよくわかる.
 ★ 平行面で平行線 という性質から相似があちことのできる.
 $\triangle AEH$ は直角二等辺三角形 $\Rightarrow \triangle PFQ$ も直角二等辺三角形.
 $\therefore FQ = FP = 6 - 4 = 2 \text{ cm}$

2. 1辺6cmの立方体を3点F, P, Qを通る平面で切断する. ただし $AP = 2\text{ cm}$, $AQ = 1\text{ cm}$.

(S級1分30秒, A級3分, B級5分, C級7分)

- (1) 切断面を図に描き入れよ.
- (2) 切断面の形を言え.
- (3) 切断面と辺EHとの交点をRとする. ERの長さを求めよ.
- (4) 切断面で立方体を2つに分けたとき, Eのある方の立体の体積を求めよ.



(1) 左図太実線・太破線 ← $ZP \cdot ZQ$ はなくてよい.

(2) 切断面PFRQの形は **台形**

(3) 下の(3)補足参照.

$\triangle EFR$ と $\triangle APQ$ が相似.

$$\therefore ER : EF = AQ : AP = 1 : 2$$

$$\text{よって, } ER = EF \times \frac{1}{2} = 6 \times \frac{1}{2} = \mathbf{3\text{ cm}}$$

(4) 三角すいZEFRと三角すいZAPQが相似.

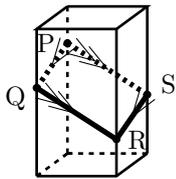
$$\text{相似比は } EF : AP = 6 : 2 = 3 : 1 \Rightarrow ZE : ZA \text{ も } 3 : 1$$

$$\Rightarrow ZA : AE = (3 - 1) : 1 = 2 : 1 \Rightarrow ZA = 6 \div 2 = 3\text{ cm}$$

\therefore 奥の立体の体積 = 三角すいZEFR - 三角すいZAPQ

$$= 6 \times 3 \times \frac{1}{2} \times 9 \times \frac{1}{3} - 2 \times 1 \times \frac{1}{2} \times 3 \times \frac{1}{3} = \mathbf{26\text{ cm}^3}$$

★1 角材の切断 ⇒ 平行面で平行線

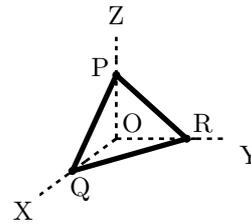


平行面にある
2つの線分が平行.

$$\begin{cases} PQ \parallel SR \\ PS \parallel QR \end{cases}$$

切断面は **平行四辺形**

★2 部屋のすみっこの切断 ⇒ 三角形



直方体のいずれかの頂点で,
部屋のすみっこを作る.

～左図のOX, OY, OZ
切断するとPQRのように
三角形になる.

(1), (2) 補足

図1

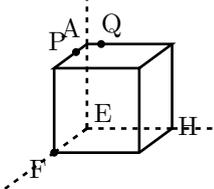


図2

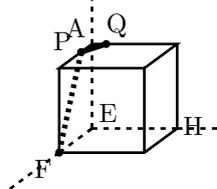


図3

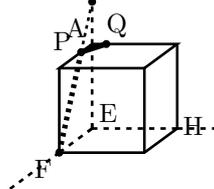


図4

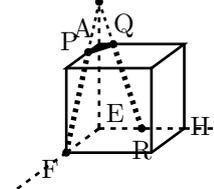


図5

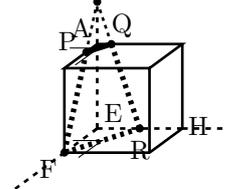


図1 Eをすみっこに見立てるため, EA, EF, EHを延長する.

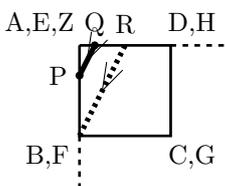
図2 FP, PQは立体表面上なので結ぶ.

図3 FPの延長線とEAの延長線との交点をZとする.

図4 ZQを結び, EHとの交点をRとする.

図5 FRを結ぶ. このときPQとFRは平行になる. ←★ 平行面で平行線

(3) 補足



★ 投影図 (平面図…真上から見た図)

真上からみると, $\triangle EFR$ と $\triangle APQ$ の相似がよくわかる.

★ 平行面で平行線 という性質から相似があちこちでできる.

$\triangle APQ$ は直角三角形で, $AP : AQ = 2 : 1$

$\Rightarrow \triangle PFR$ は $\triangle APQ$ と相似な直角三角形だから,

$$EF : ER = 2 : 1 \Rightarrow EF = 6 \text{ を利用すれば,}$$

$$\therefore ER = EF \times \frac{1}{2} = 6 \times \frac{1}{2} = \mathbf{3\text{ cm}}$$