反射テスト　立体切断　直方体・立方体　角材のイメージ　02

1.　1 辺 6 cm の立方体 ABCD − EFGH を 3 点 A，P，Q を通る平面で切断したい．BP = 5 cm，FQ = 2 cm．(図 1)

（ S 級 1 分 20 秒，A 級 3 分，B 級 4 分 30 秒，C 級 6 分 ）

図 1

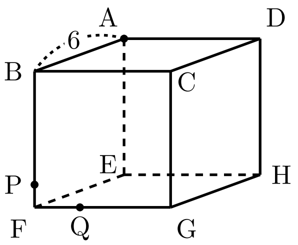
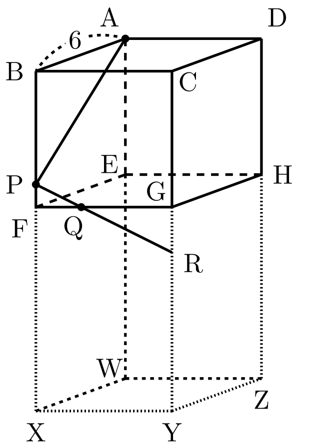


図 2



(1)　まず，図 2 のように立方体の辺を下に延長して，たて長の直方体 ABCD − WXYZ をイメージする．PQ の延長線と GY との交点を R とする．
GR の長さを求めよ．

(2)　AP と平行で点 R を通る線を図 2 に描き入れよ．また，描き入れた線と DZ との交点を T として，DT の長さを求めよ．

(3)　立方体を切断後，点 C を含む立体の体積を求めよ．

2. 1 辺 6 cm の立方体 ABCD − EFGH を 3 点 A, P, Q を通る平面で切断したい. BP = 4.5 cm , FQ = 2 cm. (図 1)

(S 級 1 分 50 秒, A 級 3 分 40 秒, B 級 5 分 30 秒, C 級 7 分)

図 1

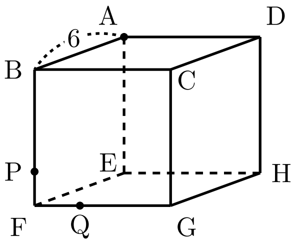
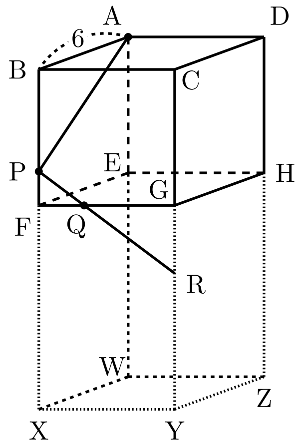


図 2



(1) まず, 図 2 のように立方体の辺を下に延長して, たて長の直方体 ABCD − WXYZ をイメージする. PQ の延長線と GY との交点を R とする.
GR の長さを求めよ.

(2) AP と平行で点 R を通る線を図 2 に描き入れよ. また, 描き入れた線と DZ との交点を T として, DT の長さを求めよ.

(3) 立方体を切断後, 点 E を含む立体の体積を求めよ.

反射テスト　立体切断　直方体・立方体　角材のイメージ　02　解答解説

1.　1 辺 6 cm の立方体 ABCD − EFGH を 3 点 A，P，Q を通る平面で切断したい．BP = 5 cm，FQ = 2 cm．(図 1)

（ S 級 1 分 20 秒，A 級 3 分，B 級 4 分 30 秒，C 級 6 分 ）

図 1

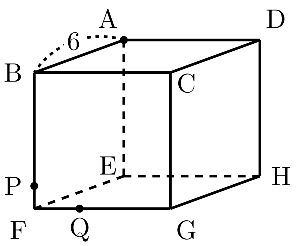
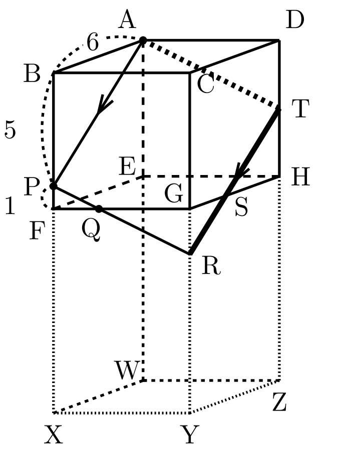


図 2

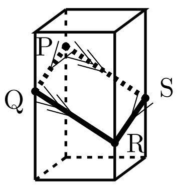


(1)　まず，図 2 のように立方体の辺を下に延長して，たて長の直方体 ABCD − WXYZ をイメージする．PQ の延長線と GY との交点を R とする．
　GR の長さを求めよ．

(2)　AP と平行で点 R を通る線を図 2 に描き入れよ．また，描き入れた線と DZ との交点を T として，DT の長さを求めよ．

(3)　立方体を切断後，点 C を含む立体の体積を求めよ．

★ 1　角材の切断 ⇒ 平行面で平行線

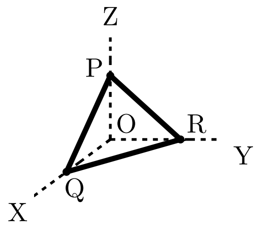


平行面にある
2 つの線分が平行．

$\begin{cases} \text{PQ} \,/\!/\, \text{SR} \\ \text{PS} \,/\!/\, \text{QR} \end{cases}$

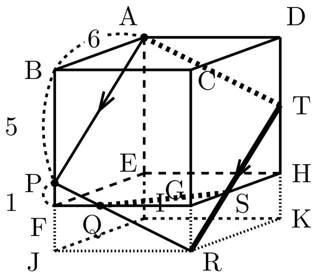
切断面は **平行四辺形**

★ 2　部屋のすみっこの切断 ⇒ 三角形



直方体のいずれかの頂点で，
部屋のすみっこを作る．
　〜左図の OX, OY, OZ
切断すると PQR のように
三角形 になる．

図 3



(1)　図 2 で △QPF と △QRG が相似．
QF : QG = 2 : 4 = 1 : 2 より，相似比 1 : 2
FP : GR = 1 : 2 から，GR = **2 cm**

(2)　**★ 平行面で平行線**　⇒　図 2 の **太線**RT

切断面が図 2 や図 3 の平行四辺形 APRT になる．
　図 2 で，R を通り，上面 ABCD と平行な面を仮想する．　⇒　IJRK (図 3)

AP // TR　⇒　△ABP ≡ △RKT　⇒　TK = PB = 5 cm
∴　DT = DH − TH = 6 − (TK − HK) = 6 − (5 − GR) = 6 − (5 − 2) = **3 cm**

(3)　結局立方体の切断面は図 3 における五角形 APQST になる．
△SGR ∽ △SHT の相似比 GR : HT = 2 : 3　⇒　GS = 6 cm × $\dfrac{2}{2+3}$ = 2.4 cm
以上から，切断後 C を含む立体の体積は，

$$\begin{array}{rccccc} & \text{立体 (PRT − ABCD)} & - & \text{三角すい RGSQ} & & \\ = & \text{直方体 (ABCD − IJRK) の半分} & - & \text{三角すい RGSQ} & & \\ = & (6 \times 6 \times 8) \div 2 & - & \left(4 \times 2.4 \times \dfrac{1}{2}\right) \times 2 \times \dfrac{1}{3} & & \\ = & 144 & - & 3.2 & = & \mathbf{140.8\,cm^3} \end{array}$$

2.　1 辺 6 cm の立方体 ABCD − EFGH を 3 点 A，P，Q を通る平面で切断したい. BP = 4.5 cm，FQ = 2 cm. (図 1)

（ S 級 1 分 50 秒，A 級 3 分 40 秒，B 級 5 分 30 秒，C 級 7 分 ）

図 1

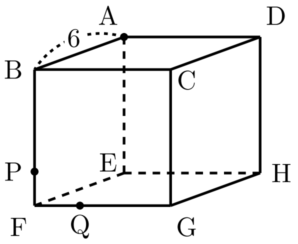
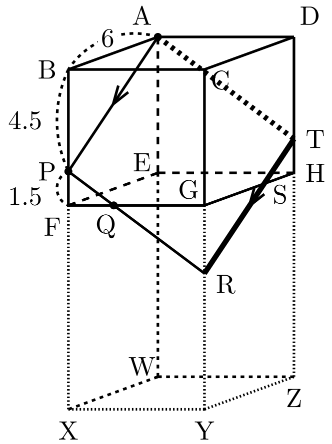


図 2

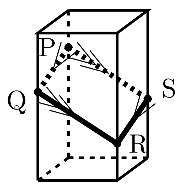


(1)　まず，図 2 のように立方体の辺を下に延長して，たて長の直方体 ABCD − WXYZ をイメージする. PQ の延長線と GY との交点を R とする. GR の長さを求めよ.

(2)　AP と平行で点 R を通る線を図 2 に描き入れよ. また，描き入れた線と DZ との交点を T として，DT の長さを求めよ.

(3)　立方体を切断後，点 E を含む立体の体積を求めよ.

★ 1　角材の切断 ⇒ 平行面で平行線



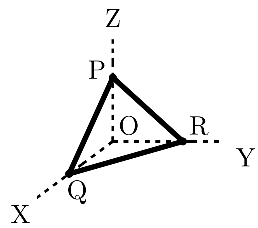
平行面にある

2 つの線分が平行.

$\begin{cases} PQ \parallel SR \\ PS \parallel QR \end{cases}$

切断面は **平行四辺形**

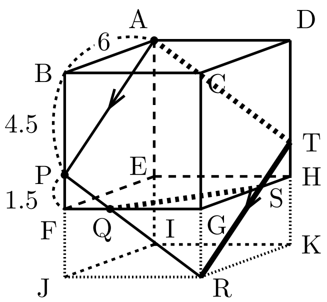
★ 2　部屋のすみっこの切断 ⇒ 三角形



直方体のいずれかの頂点で，部屋のすみっこを作る.

〜左図の OX, OY, OZ 切断すると PQR のように **三角形** になる.

図 3



(1)　図 2 で △QPF と △QRG が相似.

QF : QG = 2 : 4 = 1 : 2 より，相似比 1 : 2

FP : GR = 1 : 2 から，GR = **3 cm**

(2)　**★ 平行面で平行線**　⇒　図 2 の **太線**RT

切断面が図 2 や図 3 の平行四辺形 APRT になる.

図 2 で，R を通り，上面 ABCD と平行な面を仮想する.　⇒　IJRK (図 3)

AP // TR　⇒　△ABP ≡ △RKT　⇒　TK = PB = 4.5 cm

∴　DT = DH − TH = 6 − (TK − HK) = 6 − (5 − GR) = 6 − (4.5 − 3) = **4.5 cm**

(3)　結局立方体の切断面は図 3 における五角形 APQST になる.

△SGR ∽ △SHT の相似比 GR : HT = 3 : 1.5 = 2 : 1　⇒　$GS = 6\,\text{cm} \times \dfrac{2}{1+2} = 4\,\text{cm}$

以上から，切断後 C を含む立体の体積は,

	立体 (PRT − ABCD)	−	三角すい RGSQ	
=	直方体 (ABCD − IJRK) の半分	−	三角すい RGSQ	
=	$(6 \times 6 \times 9) \div 2$	−	$\left(4 \times 4 \times \dfrac{1}{2}\right) \times 3 \times \dfrac{1}{3}$	
=	162	−	8	= 154 cm^3

点 E を含む立体の体積は　$6^3 - 154 = 216 - 154 =$ **62 cm^3**