反射テスト　立体切断　直方体・立方体　すみっこの切断　求値　01

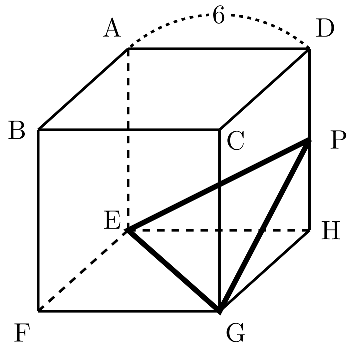
1.　一辺の長さが 6 の立方体がある. P が辺 DH の中点であるとき, 次の問に答えよ.

（ S 級 2 分, A 級 3 分 20 秒, B 級 5 分, C 級 7 分 ）

(1)　三角錐 P − EGH の体積を求めよ.

(2)　点 H と, 3 点 P, E, G をふくむ平面との距離を求めよ.

(3)　BH と, 3 点 P, E, G をふくむ平面との交点 Q とする. HQ の長さを求めよ.



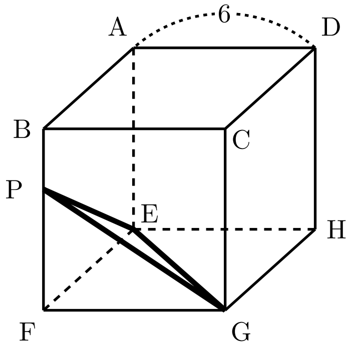
2. 一辺の長さが 6 の立方体がある. P が辺 BF 上にあって, BP : PF = 1 : 2 であるとき, 次の問に答えよ.

(S 級 2 分, A 級 3 分 20 秒, B 級 5 分, C 級 7 分)

(1) 三角錐 P − EFG の体積を求めよ.

(2) 点 F と, 3 点 P, E, G をふくむ平面との距離を求めよ.

(3) DF と, 3 点 P, E, G をふくむ平面との交点 Q とする. FQ の長さを求めよ.



反射テスト　立体切断　直方体・立方体　すみっこの切断　求値　01　解答解説

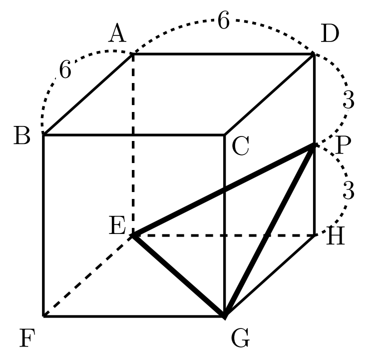
1.　一辺の長さが 6 の立方体がある．P が辺 DH の中点であるとき，次の問に答えよ．

（ S 級 2 分，A 級 3 分 20 秒，B 級 5 分，C 級 7 分 ）

(1)　三角錐 P − EGH の体積を求めよ．

(2)　点 H と，3 点 P, E, G をふくむ平面との距離を求めよ．

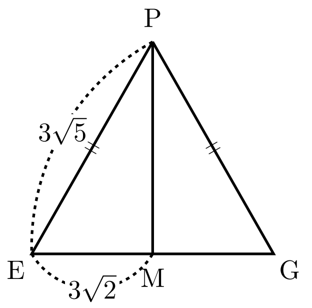
(3)　BH と，3 点 P, E, G をふくむ平面との交点 Q とする．HQ の長さを求めよ．



(1)　★すい体の体積　底面積 × 高さ × $\frac{1}{3}$

$\triangle\mathrm{EGH} \times \mathrm{PH} \times \frac{1}{3}$

$= 6^2 \times \frac{1}{2} \times 3 \times \frac{1}{3} = \mathbf{18}$



(2)　**★ 垂線の長さ**　面積・体積からの逆算 か 適確な投影図．

ここでは体積からの逆算を用いる．

$\mathrm{PE} = \mathrm{PG} = \sqrt{\mathrm{PH}^2 + \mathrm{GH}^2} = 3\sqrt{5}$

△HEG が直角二等辺三角形だから，　$\mathrm{EG} = 6\sqrt{2}$

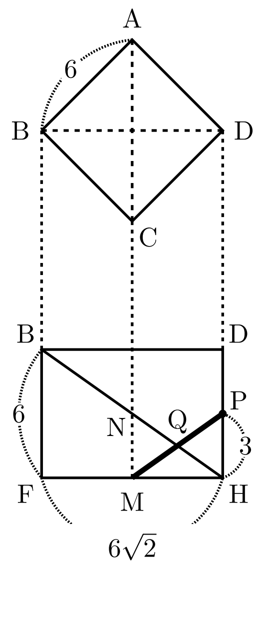
★二等辺三角形の面積（**★線対称は軸**）　左図参照

△PEG の高さ $\mathrm{PM} == \sqrt{\mathrm{PE}^2 - \mathrm{EM}^2} = 3\sqrt{3}$

$\triangle\mathrm{PEG} = 6\sqrt{2} \times 3\sqrt{3} \times \frac{1}{2} = 9\sqrt{6}$

よって，求める距離を h とおくと，

$9\sqrt{6} \times h \times \frac{1}{3} = 18 \quad \Leftrightarrow \quad h = \boldsymbol{\sqrt{6}}$



(3)

★ 立体の難問は投影図　左図の上は立方体を真上から，

下の立面図は **切断面**(太線) が一直線に見える方向から見た **投影図** である．

下の立面図で考える．

$\mathrm{BH} \equiv 6\sqrt{3}$　← **★ 立方体の対角線**　$\boldsymbol{\sqrt{3}a}$

MN = 3 であるから，△QHP ≡ △QNM

$\mathrm{HQ} = \frac{1}{2}\mathrm{HN} = \frac{1}{4}\mathrm{BH}$

$= \frac{1}{4} \times 6\sqrt{3} = \boldsymbol{\frac{3\sqrt{3}}{2}}$

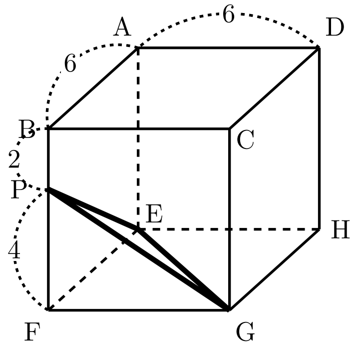
2. 一辺の長さが 6 の立方体がある. P が辺 BF 上にあって, BP : PF = 1 : 2 であるとき, 次の問に答えよ.

(S 級 2 分, A 級 3 分 20 秒, B 級 5 分, C 級 7 分)

(1) 三角錐 P − EFG の体積を求めよ.

(2) 点 F と, 3 点 P, E, G をふくむ平面との距離を求めよ.

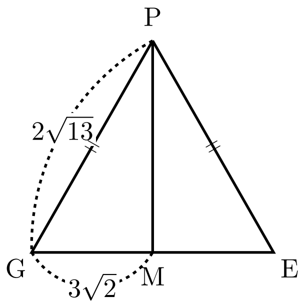
(3) DF と, 3 点 P, E, G をふくむ平面との交点 Q とする. FQ の長さを求めよ.



(1) ★すい体の体積　底面積 × 高さ × $\frac{1}{3}$

$\triangle$EFG × PF × $\frac{1}{3}$

$= 6^2 \times \frac{1}{2} \times 4 \times \frac{1}{3} = \mathbf{24}$



(2) **★ 垂線の長さ**　面積・体積からの逆算 か 適確な投影図.
ここでは体積からの逆算を用いる.

$\mathrm{PG} = \mathrm{PE} = \sqrt{\mathrm{PF}^2 + \mathrm{FG}^2} = 2\sqrt{13}$

$\triangle$FGE が直角二等辺三角形だから,　$\mathrm{EG} = 6\sqrt{2}$

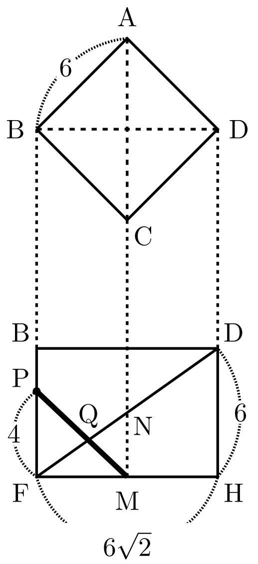
★二等辺三角形の面積（**★線対称は軸**）　左図参照

$\triangle$PEG の高さ $\mathrm{PM} == \sqrt{\mathrm{PE}^2 - \mathrm{EM}^2} = \sqrt{34}$

$\triangle\mathrm{PEG} = 6\sqrt{2} \times \sqrt{34} \times \frac{1}{2} = 6\sqrt{17}$

よって, 求める距離を h とおくと,

$6\sqrt{17} \times h \times \frac{1}{3} = 24 \quad \Leftrightarrow \quad h = \mathbf{\dfrac{12\sqrt{17}}{17}}$



(3)

★ 立体の難問は投影図　左図の上は立方体を真上から,
下の立面図は **切断面**(太線) が一直線に見える方向から見た **投影図** である.

下の立面図で考える.

$\mathrm{DF} \equiv 6\sqrt{3}$　 ← **★ 立体の対角線**　$\boldsymbol{\sqrt{3}a}$

$\triangle\mathrm{QPF} \backsim \triangle\mathrm{QMN}$ から, QF : QN = PF : MN = ④ : ③

⇒　ND = ④ + ③ = ⑦　⇒　QF : DF = ④ : ⑦ × 2 = 2 : 7

$\mathrm{FQ} = \frac{2}{7}\mathrm{DF} = \frac{2}{7} \times 6\sqrt{3} = \mathbf{\dfrac{12\sqrt{3}}{7}}$