反射テスト　立体図形　正四角錐　まとめ　01

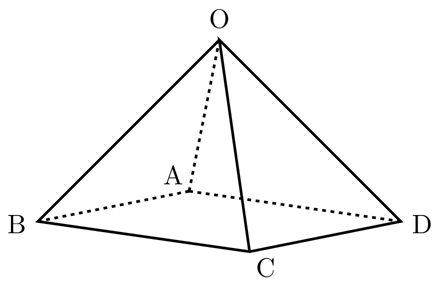
1.　全ての辺の長さが 6 の正四角すいについて次の問に答えよ.（ S 級 2 分, A 級 3 分 30 秒, B 級 5 分, C 級 7 分 ）

(1)　表面積をを求めよ.

(2)　体積を求めよ.

(3)　頂点 B から, 辺 OC 上の点 P を通って, 頂点 D へ至る最短距離を考える. このとき, $\angle$OBP を求めよ.

(4)　辺 DO, DA, DC の中点をそれぞれ Q, R, S とする. 三角すい D - QRS の体積を求めよ.



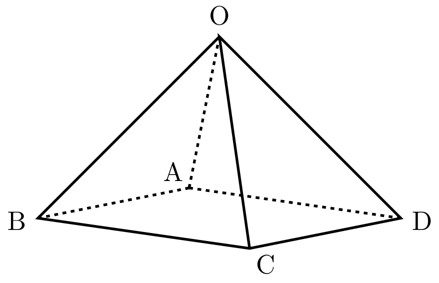
2. 全ての辺の長さが$\sqrt{6}$の正四角すいについて次の問に答えよ.（ S 級 2 分 30 秒, A 級 4 分, B 級 6 分, C 級 8 分 ）

(1) 表面積をを求めよ.

(2) 体積を求めよ.

(3) 頂点 O から, 辺 BC 上の点 P を通って, 頂点 A へ至る最短距離を考える. このとき, ∠BOP を求めよ.

(4) 辺 AO, AB, AD をそれぞれ 2 : 1, 3 : 1, 1 : 1 に内分する点を, 順に Q, R, S とする. 三角すい A - QRS の体積を求めよ.



反射テスト　立体図形　正四角錐　まとめ　01　解答解説

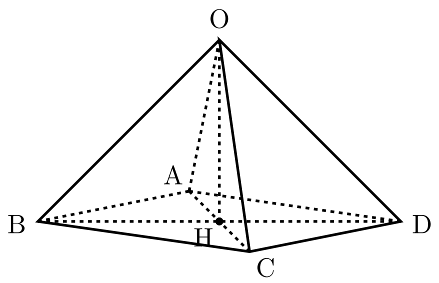
1.　全ての辺の長さが 6 の正四角すいについて次の問に答えよ.（ S 級 2 分, A 級 3 分 30 秒, B 級 5 分, C 級 7 分 ）

(1)　表面積をを求めよ.

(2)　体積を求めよ.

(3)　頂点 B から, 辺 OC 上の点 P を通って, 頂点 D へ至る最短距離を考える. このとき, $\angle\mathrm{OBP}$ を求めよ.

(4)　辺 DO, DA, DC の中点をそれぞれ Q, R, S とする. 三角すい D - QRS の体積を求めよ.



★ 正四角錐
　… 底面が正方形で, 側面が全て合同な二等辺三角形である四角錐
この問題では, 側面は全て正三角形である正四角錐.

(1)　**★ 正三角形の面積 (一辺 a)**　$\boldsymbol{\dfrac{\sqrt{3}}{4}a^2}$

正方形 ABCD + 正三角形 OAB × 4

$$= 6^2 + \frac{\sqrt{3}}{4} \times 6^2 \times 4 = \mathbf{36 + 36\sqrt{3}}$$

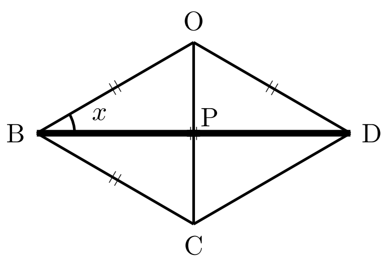
(2)　**★ 正方形の対角線** は三平方の定理より, $\mathrm{BD} = 6\sqrt{2}$
よって, $\mathrm{BH} = 6\sqrt{2} \div 2 = 3\sqrt{2}$
★ 三平方の定理 より　$\mathrm{OH} = \sqrt{\mathrm{AB}^2 - \mathrm{BH}^2}$

$$= \sqrt{6^2 - (3\sqrt{2})^2} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$$

★ すい体の体積 = 底面積 × 高さ × $\boldsymbol{\dfrac{1}{3}}$

$$6^2 \times 3\sqrt{2} \times \frac{1}{3} = \mathbf{36\sqrt{2}}$$

(3)



★ 立体表面上の最短距離は展開図上の直線.
BP がある面 OBC と, PD がある面 OCD の展開図.
この展開図上で B と D を結んだものが最短距離である. (左図太線)

BD は$\angle$OBC の二等分線になるから,
　$x = 60 \div 2 = \mathbf{30^\circ}$

(4)　**★ 三角すいの切断と体積比**

$$\text{三角すい DQRS} = \text{三角すい DOAC} \times \frac{\mathrm{DQ}}{\mathrm{DO}} \times \frac{\mathrm{DR}}{\mathrm{DA}} \times \frac{\mathrm{DS}}{\mathrm{DC}}$$
$$= \frac{1}{2}\text{四角すい OABCD} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$$
$$= \frac{36\sqrt{2}}{2} \times \frac{1}{8} = \mathbf{\frac{9\sqrt{2}}{4}}$$

☆詳細は 反射テスト 三角すいの切断 体積比 を参照.

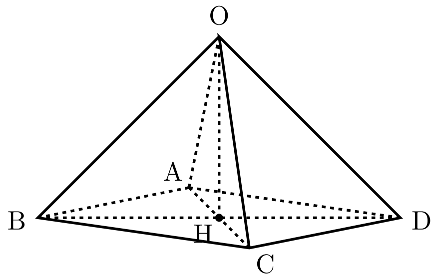
2. 全ての辺の長さが$\sqrt{6}$の正四角すいについて次の問に答えよ.（S 級 2 分 30 秒, A 級 4 分, B 級 6 分, C 級 8 分）

(1) 表面積をを求めよ.

(2) 体積を求めよ.

(3) 頂点 O から, 辺 BC 上の点 P を通って, 頂点 A へ至る最短距離を考える. このとき, ∠BOP を求めよ.

(4) 辺 AO, AB, AD をそれぞれ 2 : 1, 3 : 1, 1 : 1 に内分する点を, 順に Q, R, S とする. 三角すい A - QRS の体積を求めよ.



★ 正四角錐

… 底面が正方形で, 側面が全て合同な二等辺三角形である四角錐

この問題では, 側面は全て正三角形である正四角錐.

(1) **★ 正三角形の面積 (一辺 a)** $\boldsymbol{\dfrac{\sqrt{3}}{4}a^2}$

正方形 ABCD + 正三角形 OAB × 4

$$= (\sqrt{6})^2 + \frac{\sqrt{3}}{4} \times (\sqrt{6})^2 \times 4 = \mathbf{6 + 6\sqrt{3}}$$

(2) **★ 正方形の対角線**(三平方の定理) より, $\mathrm{BD} = \sqrt{6} \times \sqrt{2} = 2\sqrt{3}$

よって, $\mathrm{BH} = 2\sqrt{3} \div 2 = \sqrt{3}$

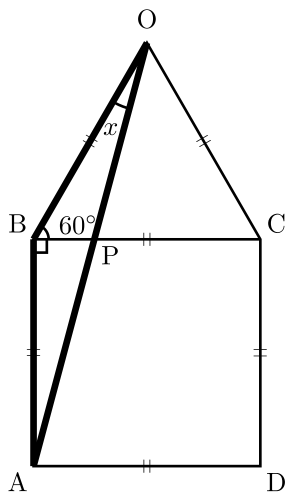
★ 三平方の定理 より $\mathrm{OH} = \sqrt{\mathrm{AB}^2 - \mathrm{BH}^2}$

$$= \sqrt{(\sqrt{6})^2 - (\sqrt{3})^2} = \sqrt{3}$$

★ すい体の体積 = 底面積 × 高さ × $\boldsymbol{\dfrac{1}{3}}$

$$(\sqrt{6})^2 \times \sqrt{3} \times \frac{1}{3} = \mathbf{2\sqrt{3}}$$

(3)



★ 立体表面上の最短距離は展開図上の直線.

よって, 左図の OA がその経路になる.

★ わかることは書き込め！

等辺記号を入れる！

★ 図形の基本は三角形

求めたい$\angle x$ は二等辺三角形 BAE（太線）の底角だから,

$$x = (180 - 150) \div 2 = \mathbf{15°}$$

(4) **★ 三角すいの切断と体積比**

$$\text{三角すい AQRS} = \text{三角すい AOBD} \times \frac{\mathrm{AQ}}{\mathrm{AO}} \times \frac{\mathrm{AR}}{\mathrm{AB}} \times \frac{\mathrm{AS}}{\mathrm{AD}}$$

$$= \frac{1}{2}\text{四角すい OABCD} \times \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} \times \frac{1}{2}$$

$$= \frac{2\sqrt{3}}{2} \times \frac{1}{4} = \boldsymbol{\frac{\sqrt{3}}{4}}$$

☆詳細は 反射テスト 三角すいの切断 体積比 を参照.