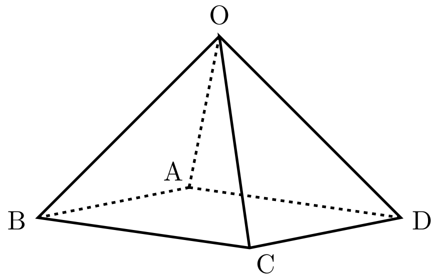
反射テスト　立体図形　正四角錐　求積　01

1.　全ての辺の長さが 6 の正四角すいについて次の問に答えよ.（ S 級 36 秒, A 級 55 秒, B 級 2 分, C 級 3 分 ）

(1)　表面積を求めよ.

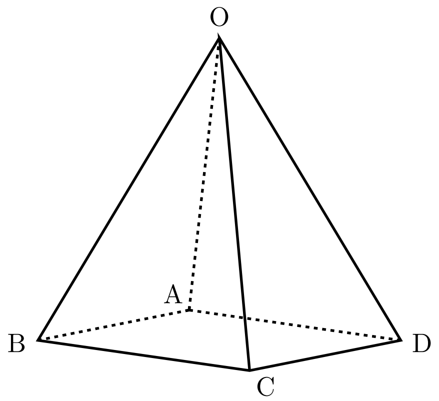
(2)　体積を求めよ.



2.　$\mathrm{OA} = \mathrm{OB} = \mathrm{OC} = \mathrm{OD} = 6,\ \mathrm{AB} = \mathrm{BC} = \mathrm{CD} = \mathrm{DA} = 4$ の正四角すい $\mathrm{O} - \mathrm{ABCD}$ について次の問に答えよ.
（ S 級 48 秒, A 級 1 分 10 秒, B 級 2 分 20 秒, C 級 3 分 30 秒 ）

(1)　表面積を求めよ.

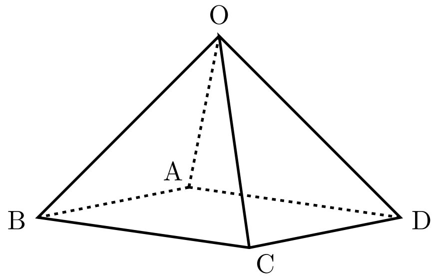
(2)　体積を求めよ.



3. 全ての辺の長さが 8 の正四角すいについて次の問に答えよ.（ S 級 36 秒, A 級 55 秒, B 級 2 分, C 級 3 分 ）

(1) 表面積を求めよ.

(2) 体積を求めよ.

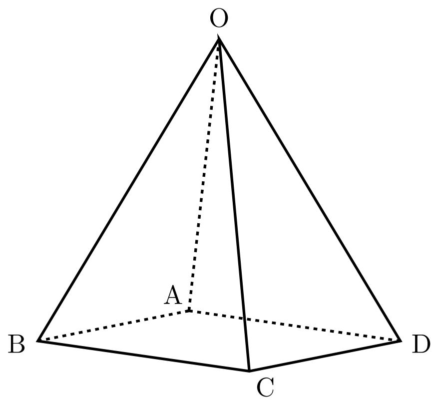


4. $\mathrm{OA} = \mathrm{OB} = \mathrm{OC} = \mathrm{OD} = 7,\ \mathrm{AB} = \mathrm{BC} = \mathrm{CD} = \mathrm{DA} = 4$ の正四角すい $\mathrm{O} - \mathrm{ABCD}$ について次の問に答えよ.

（ S 級 48 秒, A 級 1 分 10 秒, B 級 2 分 20 秒, C 級 3 分 30 秒 ）

(1) 表面積を求めよ.

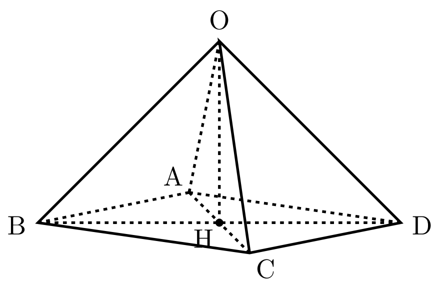
(2) 体積を求めよ.



反射テスト　立体図形　正四角錐　求積　01　解答解説

1.　全ての辺の長さが 6 の正四角すいについて次の問に答えよ.（ S 級 36 秒, A 級 55 秒, B 級 2 分, C 級 3 分 ）

(1)　表面積を求めよ.　　(2)　体積を求めよ.



★ 正四角錐
… 底面が正方形で，側面が全て合同な二等辺三角形である四角錐

(1)　**★ 正三角形の面積 (一辺 a)**　$\boldsymbol{\frac{\sqrt{3}}{4}a^2}$

正方形 ABCD + 正三角形 OAB × 4

$$= 6^2 + \frac{\sqrt{3}}{4} \times 6^2 \times 4 = \mathbf{36 + 36\sqrt{3}}$$

(2)　頂点 O から底面 ABCD に垂線を下ろし，その足を H とする.

★ 正方形の対角線(三平方の定理) より，$\mathrm{BD} = 6\sqrt{2}$

よって，$\mathrm{BH} = 6\sqrt{2} \div 2 = 3\sqrt{2}$

★ 三平方の定理 より　$\mathrm{OH} = \sqrt{\mathrm{AB}^2 - \mathrm{BH}^2}$

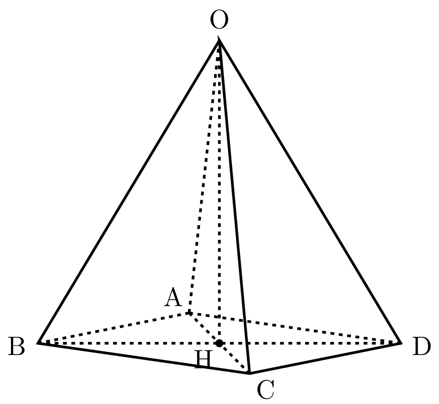
$$= \sqrt{6^2 - (3\sqrt{2})^2} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$$

★ すい体の体積 = 底面積 × 高さ × $\boldsymbol{\frac{1}{3}}$

$$6^2 \times 3\sqrt{2} \times \frac{1}{3} = \mathbf{36\sqrt{2}}$$

2.　$\mathrm{OA} = \mathrm{OB} = \mathrm{OC} = \mathrm{OD} = 6$, $\mathrm{AB} = \mathrm{BC} = \mathrm{CD} = \mathrm{DA} = 4$ の正四角すい O − ABCD について次の問に答えよ.
（ S 級 48 秒, A 級 1 分 10 秒, B 級 2 分 20 秒, C 級 3 分 30 秒 ）

(1)　表面積を求めよ.　　(2)　体積を求めよ.



(1)　**★ 二等辺三角形の面積**

二等辺三角形 OAB に対して，O と AB の中点 M を結ぶ.

★ 三平方の定理 より

$\mathrm{OM} = \sqrt{\mathrm{OA}^2 - \mathrm{AM}^2} = \sqrt{6^2 - 2^2} = 4\sqrt{2}$

正方形 ABCD + 二等辺三角形 OAB × 4

$$= 4^2 + \frac{4 \times 4\sqrt{2}}{2} \times 4 = \mathbf{16 + 32\sqrt{2}}$$

(2)　頂点 O から底面 ABCD に垂線を下ろし，その足を H とする.

★ 正方形の対角線(三平方の定理) より，$\mathrm{BD} = 4\sqrt{2}$

よって，$\mathrm{BH} = 4\sqrt{2} \div 2 = 2\sqrt{2}$

★ 三平方の定理 より　$\mathrm{OH} = \sqrt{\mathrm{AB}^2 - \mathrm{BH}^2}$

$$= \sqrt{6^2 - (2\sqrt{2})^2} = \sqrt{28} = 2\sqrt{7}$$

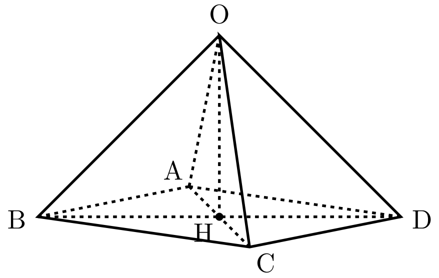
★ すい体の体積 = 底面積 × 高さ × $\boldsymbol{\frac{1}{3}}$

$$4^2 \times 2\sqrt{7} \times \frac{1}{3} = \mathbf{\frac{32\sqrt{7}}{3}}$$

3. 全ての辺の長さが 8 の正四角すいについて次の問に答えよ.（ S 級 36 秒, A 級 55 秒, B 級 2 分, C 級 3 分 ）

(1) 表面積を求めよ.

(2) 体積を求めよ.



(1) **★ 正三角形の面積 (一辺 a)** $\boldsymbol{\frac{\sqrt{3}}{4}a^2}$

正方形 ABCD + 正三角形 OAB × 4

$$= 8^2 + \frac{\sqrt{3}}{4} \times 8^2 \times 4 = \mathbf{64 + 64\sqrt{3}}$$

(2) 頂点 O から底面 ABCD に垂線を下ろし，その足を H とする.

★ 正方形の対角線(三平方の定理) より，$\mathrm{BD} = 8\sqrt{2}$

よって，$\mathrm{BH} = 8\sqrt{2} \div 2 = 4\sqrt{2}$

★ 三平方の定理 より $\mathrm{OH} = \sqrt{\mathrm{AB}^2 - \mathrm{BH}^2}$

$$= \sqrt{8^2 - (4\sqrt{2})^2} = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$$

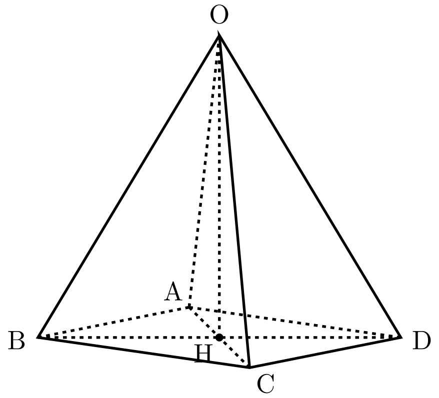
★ すい体の体積 = **底面積** × **高さ** × $\boldsymbol{\frac{1}{3}}$

$$8^2 \times 4\sqrt{2} \times \frac{1}{3} = \boldsymbol{\frac{256\sqrt{2}}{3}}$$

4. $\mathrm{OA} = \mathrm{OB} = \mathrm{OC} = \mathrm{OD} = 7$, $\mathrm{AB} = \mathrm{BC} = \mathrm{CD} = \mathrm{DA} = 4$ の正四角すい O − ABCD について次の問に答えよ.
（ S 級 48 秒, A 級 1 分 10 秒, B 級 2 分 20 秒, C 級 3 分 30 秒 ）

(1) 表面積を求めよ.

(2) 体積を求めよ.



(1) **★ 二等辺三角形の面積**

二等辺三角形 OAB に対して，O と AB の中点 M を結ぶ.

★ 三平方の定理 より

$\mathrm{OM} = \sqrt{\mathrm{OA}^2 - \mathrm{AM}^2} = \sqrt{7^2 - 2^2} = 3\sqrt{5}$

正方形 ABCD + 二等辺三角形 OAB × 4

$$= 4^2 + \frac{4 \times 3\sqrt{5}}{2} \times 4 = \mathbf{16 + 24\sqrt{5}}$$

(2) 頂点 O から底面 ABCD に垂線を下ろし，その足を H とする.

★ 正方形の対角線(三平方の定理) より，$\mathrm{BD} = 4\sqrt{2}$

よって，$\mathrm{BH} = 4\sqrt{2} \div 2 = 2\sqrt{2}$

★ 三平方の定理 より $\mathrm{OH} = \sqrt{\mathrm{AB}^2 - \mathrm{BH}^2}$

$$= \sqrt{7^2 - (2\sqrt{2})^2} = \sqrt{41} = \sqrt{41}$$

★ すい体の体積 = **底面積** × **高さ** × $\boldsymbol{\frac{1}{3}}$

$$4^2 \times \sqrt{41} \times \frac{1}{3} = \boldsymbol{\frac{16\sqrt{41}}{3}}$$