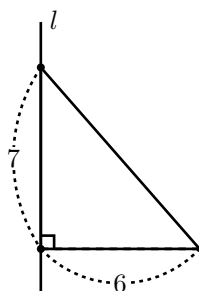


反射テスト 立体図形 回転体 回転体の体積 02

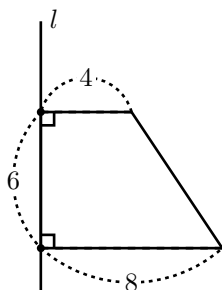
1. 直線 l を軸として次の線分を 1 回転させたときにできる立体の体積を求めよ. 円周率は 3.14 とする.

(S 級 55 秒, A 級 1 分 20 秒, B 級 2 分 30 秒, C 級 4 分)

(1)



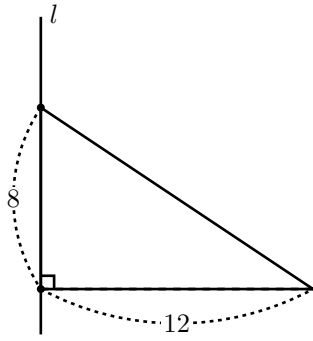
(2)



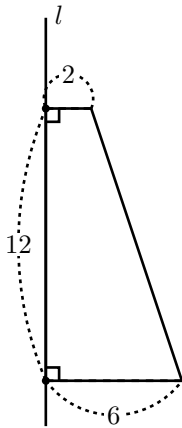
2. 直線 l を軸として次の線分を 1 回転させたときにできる立体の体積を求めよ. 円周率は 3.14 とする.

(S 級 1 分 15 秒, A 級 2 分, B 級 3 分 30 秒, C 級 5 分)

(1)

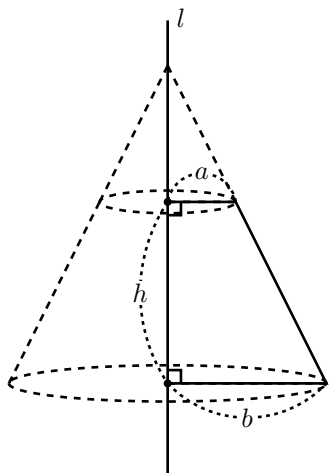


(2)



反射テスト 立体図形 回転体 回転体の体積 02 解答解説

1. 直線 l を軸として次の線分を 1 回転させたときにできる立体の体積を求めよ. 円周率は 3.14 とする.
(S 級 55 秒, A 級 1 分 20 秒, B 級 2 分 30 秒, C 級 4 分)



★ 台形の回転体は円すい台

左図実線の台形を l を軸として回転したとき, できる立体を円すい台という.
公式 1

★ 円すい台の体積 = 大円すい - 小円すい

これが基本である. 左図のように補助線 (点線) を引いて, 相似を考える.
体積比が相似比の 3 乗であることを使ってもよい.

公式 2

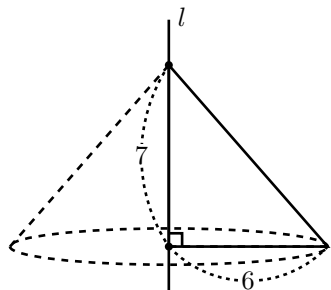
$$\text{★ 円すい台の体積} = \frac{\pi(a^2 + ab + b^2)h}{3}$$

☆是非相似を用いて証明してから使ってほしい. その際,

$$\alpha^3 - \beta^3 = (\alpha - \beta)(\alpha^2 + \alpha\beta + \beta^2)$$

という公式を用いると約分後, 上の式を導ける.

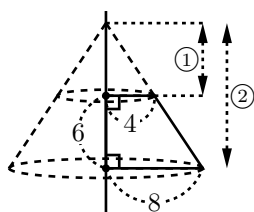
(1)



$$\text{★ 円すいの体積} = \text{底面積} \times \text{高さ} \times \frac{1}{3}$$

$$\therefore 3.14 \times 6^2 \times 7 \times \frac{1}{3} = \mathbf{263.76}$$

(2)



★ 相似 大円すいと小円すいのイメージ (左図)

それぞれの高さは相似を用いて求める.

相似比 $4:8 = 1:2 \Rightarrow$ 高さを ①, ② とおける. (左図参照)

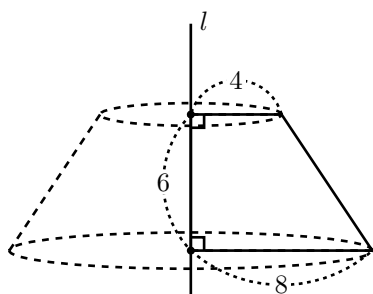
差を考えると $② - ① = 6 \Leftrightarrow ① = 6 \Rightarrow$ 高さは 6, 12

$$\begin{aligned} \text{解法 1} \quad \text{★ 円すい台の体積} &= \text{大円すい} && - && \text{小円すい} \\ &= 3.14 \times 8^2 \times 12 \times \frac{1}{3} && - && 3.14 \times 4^2 \times 6 \times \frac{1}{3} \\ &= 256 \times 3.14 && - && 32 \times 3.14 && = 224 \times 3.14 = \mathbf{703.36} \end{aligned}$$

解法 2 ★ 体積比は相似比の 3 乗

小円すい : 大円すい = $1^3 : 2^3 = 1 : 8 \Rightarrow$ 小円すいの体積は, 大円すいの $\frac{1}{8}$ 倍

$$\Rightarrow 1 - \frac{1}{8} = \frac{7}{8} \text{ より, 円すい台の体積は, 大円すいの体積の } \frac{7}{8} \text{ 倍} \quad \therefore 3.14 \times 8^2 \times 12 \times \frac{1}{3} \times \frac{7}{8} = \mathbf{703.36}$$



解法 3 上の公式 2 を用いる.

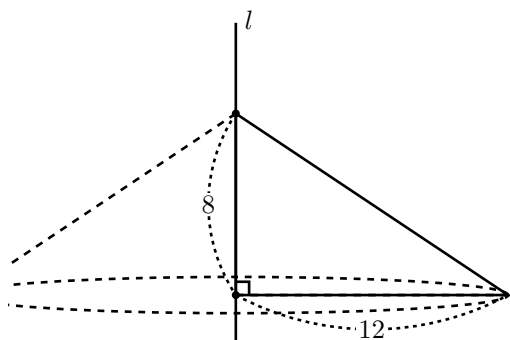
$$\text{★ 円すい台の体積} = \frac{\pi(a^2 + ab + b^2)h}{3}$$

左図の場合, $a = 4, b = 8, h = 6$

$$\therefore \frac{1}{3} \times 3.14(4^2 + 4 \times 8 + 8^2) \times 6 = \mathbf{703.36}$$

2. 直線 l を軸として次の線分を 1 回転させたときにできる立体の体積を求めよ. 円周率は 3.14 とする.
(S 級 1 分 15 秒, A 級 2 分, B 級 3 分 30 秒, C 級 5 分)

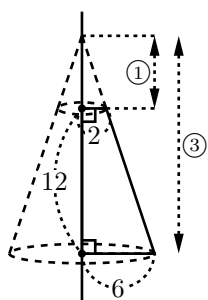
(1)



★ 円すいの体積 = 底面積 × 高さ × $\frac{1}{3}$

$$\therefore 3.14 \times 12^2 \times 8 \times \frac{1}{3} = 1205.76$$

(2)



★ 相似 大円すいと小円すいのイメージ (左図)

それぞれの高さは相似を用いて求める.

相似比 $2 : 6 = 1 : 3 \Rightarrow$ 高さを ①, ③ とおける. (左図参照)
差を考えると $③ - ① = 12 \Leftrightarrow ① = 6 \Rightarrow$ 高さは 6, 18

解法 1 ★ 円すい台の体積 = 大円すい - 小円すい

$$3.14 \times 6^2 \times 18 \times \frac{1}{3} - 3.14 \times 2^2 \times 6 \times \frac{1}{3}$$

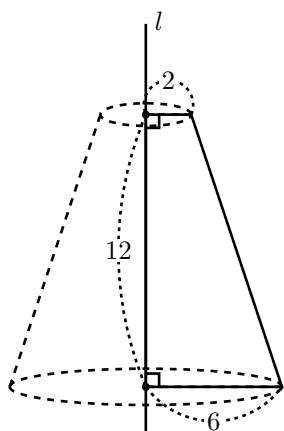
$$= 216 \times 3.14 - 8 \times 3.14 = 208 \times 3.14 = 653.12$$

解法 2 ★ 体積比は相似比の 3 乗

小円すい : 大円すい = $1^3 : 3^3 = 1 : 27 \Rightarrow$ 小円すいの体積は, 大円すいの $\frac{1}{27}$ 倍

$\Rightarrow 1 - \frac{1}{27} = \frac{26}{27}$ より, 円すい台の体積は, 大円すいの体積の $\frac{26}{27}$ 倍

$$\therefore 3.14 \times 6^2 \times 18 \times \frac{1}{3} \times \frac{26}{27} = 653.12$$



解法 3 公式 2 を用いる.

★ 円すい台の体積 = $\frac{\pi(a^2 + ab + b^2)h}{3}$

左図の場合, $a = 2$, $b = 6$, $h = 12$

$$\therefore \frac{1}{3} \times 3.14 \times (2^2 + 2 \times 6 + 6^2) \times 12 = 653.12$$