

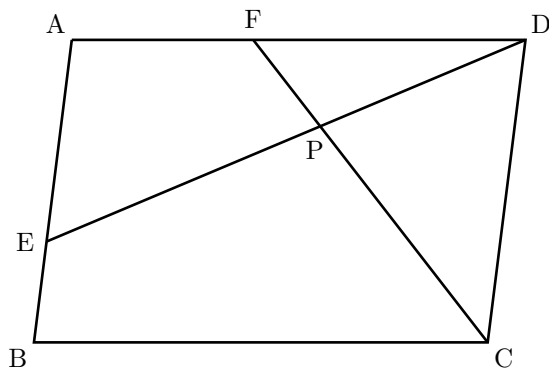
反射テスト 平面図形 線分比・面積比 応用問題 107 02

1. 平行四辺形 ABCD がある. $AE : EB = 2 : 1$, $EP : PD = 4 : 3$ であるとき, 次の問いに答えよ.

(S 級 1 分 45 秒, A 級 3 分, B 級 5 分, C 級 8 分)

(1) $AF : FD$ を求めよ.

(2) $\triangle PDF$: 四角形 PEBC を求めよ.

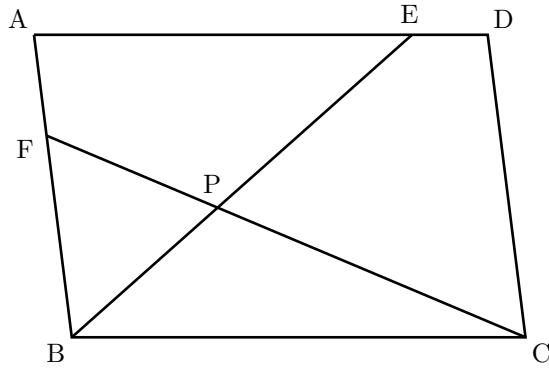


2. 平行四辺形 ABCD がある. $AE : ED = 5 : 1$, $EP : PB = 4 : 3$ であるとき, 次の問いに答えよ.

(S 級 1 分 45 秒, A 級 3 分, B 級 5 分, C 級 8 分)

(1) $AF : FB$ を求めよ.

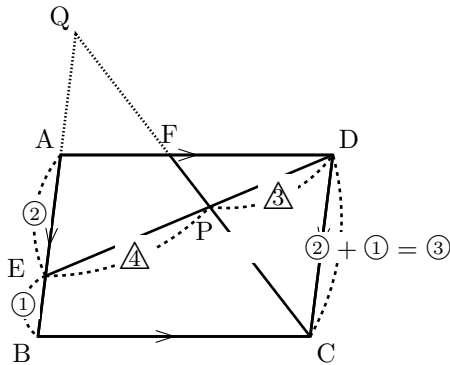
(2) 四角形 AFPE : $\triangle PBC$ を求めよ.



1. 平行四辺形 ABCD がある. $AE:EB = 2:1$, $EP:PD = 4:3$ であるとき, 次の問いに答えよ.

(S 級 1 分 45 秒, A 級 3 分, B 級 5 分, C 級 8 分)

- (1) AF:FD を求めよ.
 (2) $\triangle PDF$: 四角形 PEBC を求めよ.



(1) ★ 図形の基本は三角形
 $\triangle PQE \sim \triangle PCD$ 相似比 4:3
 $\Rightarrow QE = ③ \times \frac{④}{③} = ④$
 $\Rightarrow QA = ④ - ② = ②$
 $\triangle FQA \sim \triangle FCD$ 相似比 ②:③
 $\Rightarrow FA:FD = 2:3 \leftarrow \nabla, \nabla$ とする.

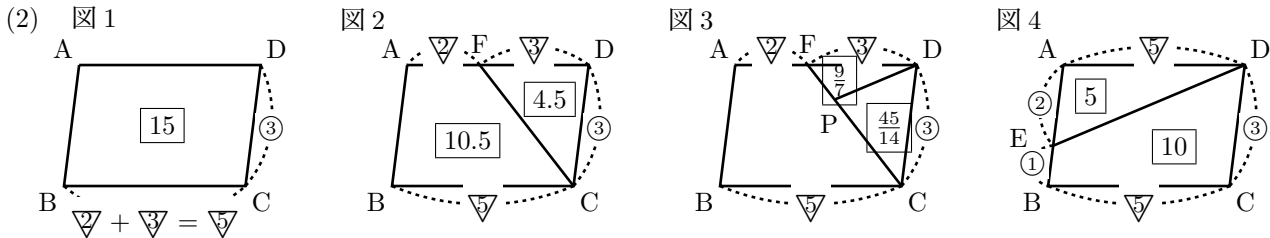
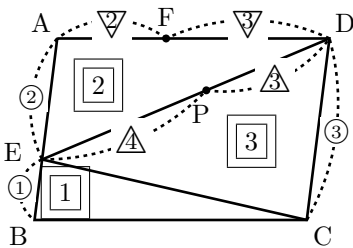


図 1 平行四辺形の底辺を ∇ , 高さを $\textcircled{3}$ と考える. 平行四辺形 ABCD の面積 = $\nabla \times \textcircled{3} = 15$
 図 2 $\triangle FCD = \nabla \times \textcircled{3} \times \frac{1}{2} = 4.5 \Rightarrow$ 台形 ABCF = $15 - 4.5 = 10.5$
 図 3 $\triangle PDF$ の底辺を ∇ と考えたときの高さは, $EA = \textcircled{2}$ を $DP:PE = 3:4$ で比例配分したものである,
 $\triangle PDF$ の高さ = $\textcircled{2} \times \frac{3}{3+4} = \frac{⑨}{7} \Rightarrow \triangle PDF = \nabla \times \frac{⑨}{7} \times \frac{1}{2} = \frac{⑨}{7} \Rightarrow \triangle PCD = 4.5 - \frac{⑨}{7} = \frac{45}{14}$
 図 4 $\triangle AED = \nabla \times \textcircled{2} \times \frac{1}{2} = 5 \Rightarrow$ 台形 EBCD = $15 - 5 = 10$
 以上から $\triangle PDF$: 四角形 PEBC = $\frac{9}{7} : \left(10 - \frac{45}{14}\right) = 18:95$

(2) 別解 1



☆ (2) 別解 1 ★ 図形の基本は三角形 \Rightarrow 補助線 EC
 線分比 $AE:EB = 2:1$ から, 左図のように面積比を決定.
 $\triangle PDF = \textcircled{2} \times \frac{\nabla}{\nabla + \nabla} \times \frac{\textcircled{3}}{\textcircled{3} + \textcircled{4}} = \frac{18}{35}$
 $\triangle PEC = \textcircled{3} \times \frac{\nabla}{\nabla + \nabla} = \frac{12}{7}$
 $\Rightarrow \triangle PDF$: 四角形 PEBC = $\frac{18}{35} : \left(\frac{12}{7} + \textcircled{1}\right) = 18:95$

☆ (2) 別解 2 ★ 全体の面積を 1 とする. \leftarrow 慣れると速い解法.

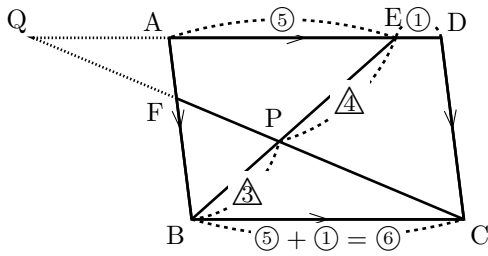
平行四辺形の面積を 1 とする.
 $\triangle ABD = \frac{1}{2} \Rightarrow \triangle AED = \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} = \frac{1}{3} \Rightarrow \triangle PDF = \frac{1}{3} \times \frac{3}{5} \times \frac{3}{7} = \frac{3}{35}$
 $\triangle ECD = \frac{1}{2} \Rightarrow \triangle PEC = \frac{1}{2} \times \frac{4}{7} = \frac{2}{7}$
 $\triangle ABC = \frac{1}{2} \Rightarrow \triangle BCE = \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$
 以上から $\triangle PDF$: 四角形 PEBC = $\frac{3}{35} : \left(\frac{2}{7} + \frac{1}{6}\right) = \frac{3}{35} : \frac{19}{42} = 18:95$

2. 平行四辺形 ABCD がある. $AE : ED = 5 : 1$, $EP : PB = 4 : 3$ であるとき, 次の問いに答えよ.

(S 級 1 分 45 秒, A 級 3 分, B 級 5 分, C 級 8 分)

(1) $AF : FB$ を求めよ.

(2) 四角形 AFPE : $\triangle PBC$ を求めよ.



(1) ★ 図形の基本は三角形

$\triangle PEQ \sim \triangle PBC$ 相似比 3 : 2

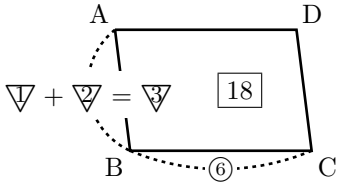
$$\Rightarrow EQ = 6 \times \frac{4}{3} = 8$$

$$\Rightarrow QA = 8 - 5 = 3$$

$\triangle FAQ \sim \triangle FBC$ 相似比 3 : 6 = 1 : 2

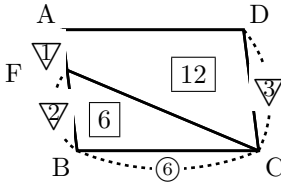
$$\Rightarrow FA : FB = 1 : 2 \quad \leftarrow \nabla, \nabla \text{ とする.}$$

(2) 図 1



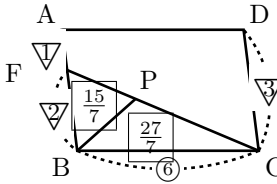
$$\nabla + \nabla = \nabla \quad \boxed{18}$$

図 2



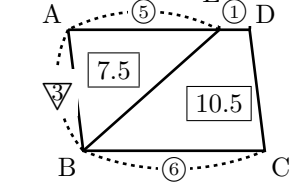
$$\boxed{12} \quad \boxed{6}$$

図 3



$$\boxed{15/7} \quad \boxed{27/7} \quad \boxed{6}$$

図 4



$$\boxed{7.5} \quad \boxed{10.5} \quad \boxed{6}$$

図 1 平行四辺形の底辺を 6, 高さを ∇ と考える. 平行四辺形 ABCD の面積 = $6 \times \nabla = 18$

図 2 $\triangle FBC = 6 \times \nabla \times \frac{1}{2} = 6 \Rightarrow$ 台形 AFCD = $18 - 6 = 12$

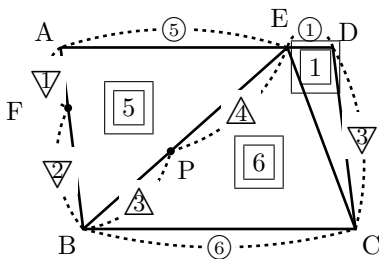
図 3 $\triangle PBC$ の底辺を 6 と考えたときの高さは, $AB = \nabla$ を $BP : PE = 3 : 4$ で比例配分したものだから,

$$\triangle PBC \text{ の高さ} = \nabla \times \frac{3}{3+4} = \frac{3\nabla}{7} \Rightarrow \triangle PBC = 6 \times \frac{3\nabla}{7} \times \frac{1}{2} = \frac{27\nabla}{7} \Rightarrow \triangle PCD = 6 - \frac{27\nabla}{7} = \frac{15\nabla}{7}$$

図 4 $\triangle ABE = 5 \times \nabla \times \frac{1}{2} = 7.5 \Rightarrow$ 台形 EBCD = $18 - 7.5 = 10.5$

以上から 四角形 AFPE : $\triangle PBC = \left(7.5 - \frac{15\nabla}{7} \right) : \frac{27\nabla}{7} = 25 : 18$

(2) 別解 1



☆ (2) 別解 1 ★ 図形の基本は三角形 \Rightarrow 補助線 EC

線分比 $AE : ED = 5 : 1$ から, 左図のように面積比を決定.

$$\triangle PFB = 5 \times \frac{\nabla}{\nabla + \nabla} \times \frac{3}{3+4} = \frac{10}{7}$$

$$\triangle PBC = 6 \times \frac{3}{3+4} = \frac{18}{7}$$

$$\Rightarrow \text{四角形 AFPE} : \triangle PBC = \left(5 - \frac{10}{7} \right) : \frac{18}{7} = 25 : 18$$

☆ (2) 別解 2 ★ 全体の面積を 1 とする. 平行四辺形の面積を 1 とする.

$$\triangle ABD = \frac{1}{2} \Rightarrow \triangle ABE = \frac{1}{2} \times \frac{5}{6} = \frac{5}{12} \Rightarrow \triangle BPF = \frac{5}{12} \times \frac{2}{3} \times \frac{3}{7} = \frac{5}{42}$$

$$\triangle EBC = \frac{1}{2} \Rightarrow \triangle PBC = \frac{1}{2} \times \frac{3}{7} = \frac{3}{14}$$

以上から 四角形 AFPE : $\triangle PBC = \left(\frac{5}{12} - \frac{5}{42} \right) : \frac{3}{14} = \frac{25}{84} : \frac{3}{14} = 25 : 18$