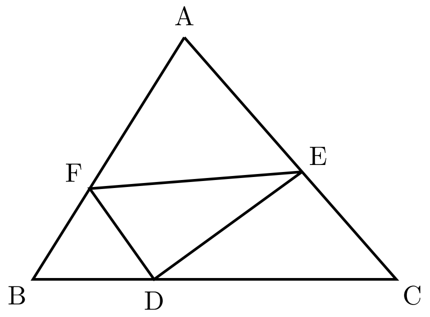
反射テスト　平面図形　線分比・面積比　応用問題106　02

1.　$\triangle$ ABC があり，AF : FB = 5 : 3 とする．$\triangle$ AFE の面積が 240 cm^2，四角形 FBCE の面積が 432 cm^2 であるとき，次の問に答えよ．（ S 級 4 分，A 級 6 分，B 級 9 分，C 級 12 分）

（1）　AE : EC を求めよ．

（2）　BD : DC = 1 : 2 のとき，$\triangle$ DEF の面積を求めよ．

（3）　$\triangle$ DEF の面積 = 152 cm^2 のとき，BD : DC を求めよ．

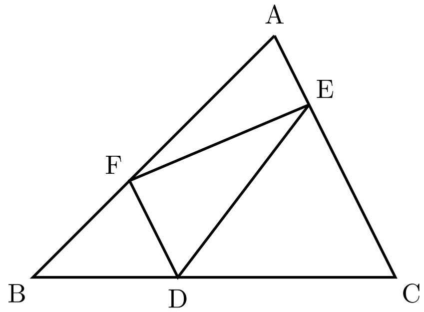


2. $\triangle$ABC があり，AF : FB = 3 : 2 とする．$\triangle$AFE の面積が 96 cm^2，四角形 FBCE の面積が 264 cm^2であるとき，次の問に答えよ．（ S 級 4 分，A 級 6 分，B 級 9 分，C 級 12 分）

（1） AE : EC を求めよ．

（2） BD : DC = 1 : 2 のとき，$\triangle$DEF の面積を求めよ．

（3） $\triangle$DEF の面積 = 99 cm^2のとき，BD : DC を求めよ．

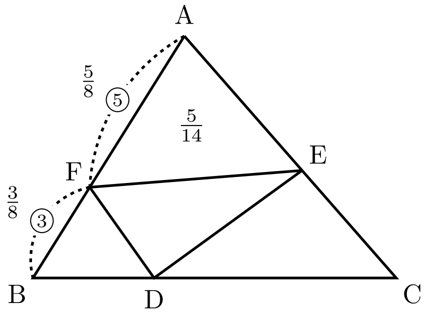


1.　$\triangle$ ABC があり，AF : FB $= 5 : 3$ とする．$\triangle$ AFE の面積が $240\,\mathrm{cm}^2$，四角形 FBCE の面積が $432\,\mathrm{cm}^2$ であるとき，次の問に答えよ．　（ S 級 4 分，A 級 6 分，B 級 9 分，C 級 12 分）

(1)　AE : EC を求めよ．

(2)　BD : DC $= 1 : 2$ のとき，$\triangle$ DEF の面積を求めよ．

(3)　$\triangle$ DEF の面積 $= 152\,\mathrm{cm}^2$ のとき，BD : DC を求めよ．



(1)　$\triangle$ AFE : $\triangle$ ABC $= 240 : (240 + 432) = 240 : 672 = 5 : 14$

よって $\triangle$ AFE は $\triangle$ ABC の面積の $\dfrac{5}{14}$ 倍

$\therefore\ \dfrac{5}{8} \times \dfrac{\mathrm{AE}}{\mathrm{AC}} = \dfrac{5}{14}$

$\Leftrightarrow\ \dfrac{\mathrm{AE}}{\mathrm{AC}} = \dfrac{4}{7}$　　$\therefore$ **AE : EC = 4 : 3**

(2)　$\triangle$ BDF は $\dfrac{3}{8} \times \dfrac{1}{3} = \dfrac{1}{8}$

$\triangle$ CED は $\dfrac{2}{3} \times \dfrac{3}{7} = \dfrac{2}{7}$

よって，$\triangle$ DEF の面積は $\triangle$ ABC の面積の

$1 - \left(\dfrac{5}{14} + \dfrac{1}{8} + \dfrac{2}{7}\right) = 1 - \dfrac{20 + 7 + 16}{56} = \dfrac{13}{56}$

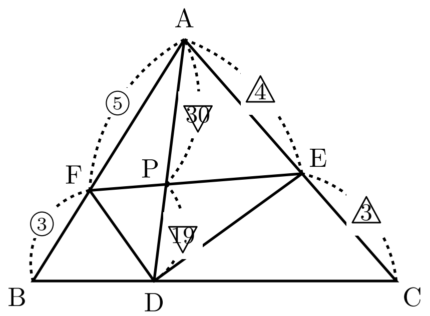
$\triangle \mathrm{EDF} = 672 \times \dfrac{13}{56} = \mathbf{156\ cm^2}$

(3)　BD : DC $= x : (1 - x)$ とおくと，

$\triangle$ BDF は $\dfrac{3}{8} \times x = \dfrac{3}{8}x$　　$\triangle$ CED は $\dfrac{3}{7} \times (1 - x) = \dfrac{3}{7}(1 - x)$

よって，$672\left\{1 - \left(\dfrac{5}{14} + \dfrac{3}{8}x + \dfrac{3}{7}(1 - x)\right)\right\} = 152 \ \Leftrightarrow\ x = \dfrac{2}{9}$　　$\therefore\ x : (1 - x) = \dfrac{2}{9} : \dfrac{7}{9} = \mathbf{2 : 7}$

(3)　別解



$\triangle$ AFE : $\triangle$ DEF $= 240\,\mathrm{cm}^2 : 152\,\mathrm{cm}^2 = 30 : 19$

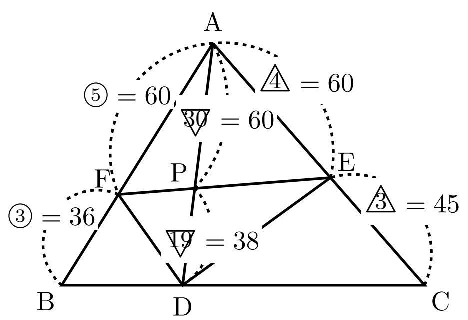
よって，AD と EF の交点を P とすると，

AP : PD $=$ $\triangle$ AFE : $\triangle$ DEF $= 30 : 19$

以上を図に書き込んだものが左図である．

ここで AF, AP, AE が同じ長さと仮定して連比をとると，

左下のようになる．



★ 定理

このとき，BD : DC は，

FB と PD の長さの差と，EC と PD の長さの差の比になる．

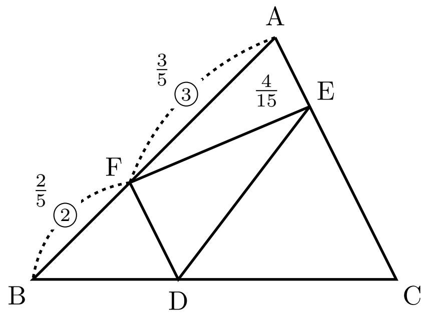
BD : DC $= (38 - 36) : (45 - 38) =$ **2 : 7**

2. $\triangle$ABC があり，AF : FB $= 3 : 2$ とする．$\triangle$AFE の面積が $96\,\mathrm{cm}^2$，四角形 FBCE の面積が $264\,\mathrm{cm}^2$であるとき，次の問に答えよ．（ S 級 4 分，A 級 6 分，B 級 9 分，C 級 12 分）

（1） AE : EC を求めよ．

（2） BD : DC $= 1 : 2$ のとき，$\triangle$DEF の面積を求めよ．

（3） $\triangle$DEF の面積 $= 99\,\mathrm{cm}^2$のとき，BD : DC を求めよ．



(1) $\triangle$AFE : $\triangle$ABC $= 96 : (96 + 264) = 96 : 360 = 4 : 15$

よって$\triangle$AFE は$\triangle$ABC の面積の$\dfrac{4}{15}$倍

$$\therefore \quad \frac{3}{5} \times \frac{\mathrm{AE}}{\mathrm{AC}} = \frac{4}{15}$$

$$\Leftrightarrow \quad \frac{\mathrm{AE}}{\mathrm{AC}} = \frac{4}{9} \qquad \therefore\ \mathbf{AE : EC = 4 : 5}$$

(2) $\triangle$BDF は $\dfrac{2}{5} \times \dfrac{1}{3} = \dfrac{2}{15}$

$\triangle$CED は $\dfrac{2}{3} \times \dfrac{5}{9} = \dfrac{10}{27}$

よって，$\triangle$DEF の面積は$\triangle$ABC の面積の

$$1 - \left(\frac{4}{15} + \frac{2}{15} + \frac{10}{27}\right) = 1 - \frac{36 + 18 + 50}{135} = \frac{31}{135}$$

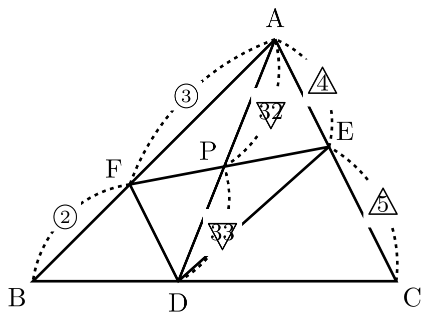
$$\triangle \mathrm{EDF} = 360 \times \frac{31}{135} = \mathbf{\frac{248}{3}}\ \mathbf{cm^2}$$

(3) BD : DC $= x : (1 - x)$ とおくと，

$\triangle$BDF は $\dfrac{2}{5} \times x = \dfrac{2}{5}x$ $\qquad$ $\triangle$CED は $\dfrac{5}{9} \times (1 - x) = \dfrac{5}{9}(1 - x)$

よって，$\quad 360\left\{1 - \left(\dfrac{4}{15} + \dfrac{2}{5}x + \dfrac{5}{9}(1 - x)\right)\right\} = 99 \quad \Leftrightarrow \quad x = \dfrac{5}{8} \qquad \therefore \quad x : (1 - x) = \dfrac{5}{8} : \dfrac{3}{8} = \mathbf{5 : 3}$

(3) 別解



$\triangle$AFE : $\triangle$DEF $= 96\,\mathrm{cm}^2 : 99\,\mathrm{cm}^2 = 32 : 33$

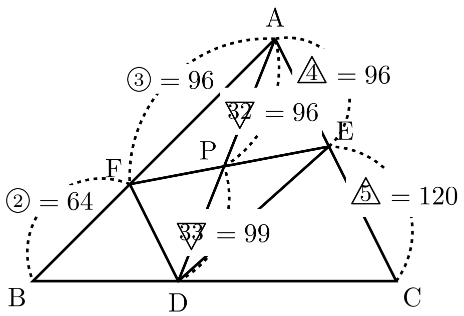
よって，AD と EF の交点を P とすると，

AP : PD $= \triangle$AFE : $\triangle$DEF $=$ 32 : 33

以上を図に書き込んだものが左図である．

ここで AF, AP, AE が同じ長さと仮定して連比をとると，

左下のようになる．



★ 定理

このとき，BD : DC は，

FB と PD の長さの差と，EC と PD の長さの差の比になる．

BD : DC $= (99 - 64) : (120 - 99) = 35 : 21 = \mathbf{5 : 3}$