# 反射テスト　面積　正多角形　01

**1.**　次の正多角形の面積を求めよ.（ $S$ 級 1 分 20 秒, $A$ 級 2 分, $B$ 級 3 分, $C$ 級 4 分 ）

（1）　半径 $a$ の円に内接する正三角形.

（2）　半径 $a$ の円に内接する正六角形.

（3）　一辺の長さ $a$ の正八角形.

**2.** 次の正多角形の面積を求めよ.（ $S$ 級 1 分 20 秒, $A$ 級 2 分, $B$ 級 3 分, $C$ 級 4 分 ）

（1） 半径 $a$ の円に内接する正十二角形.

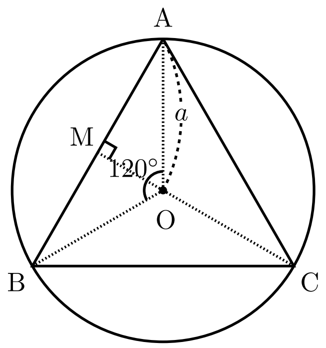
（2） 半径 $a$ の円に内接する正八角形.

（3） 半径 $a$ の円に外接する正六角形.

# 反射テスト　面積　正多角形　01　解答解説

**1.**　次の正多角形の面積を求めよ.（ $S$ 級 1 分 20 秒, $A$ 級 2 分, $B$ 級 3 分, $C$ 級 4 分 ）

(1)　半径 $a$ の円に内接する正三角形.




M を辺 AB の中点とすると, △OAM が細い三角定規になるので,

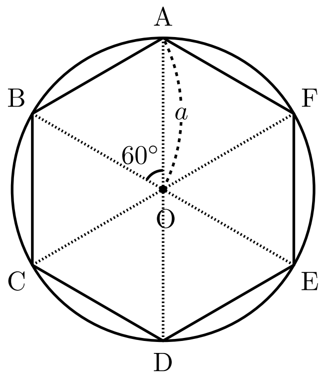
$$\mathrm{AM} = \frac{\sqrt{3}}{2}a$$

$$\Rightarrow \quad \mathrm{AB} = 2\mathrm{AM} = \sqrt{3}a$$

$$\therefore \quad \triangle\mathrm{ABC} = \frac{\sqrt{3}}{4}\mathrm{AB}^2 = \frac{\sqrt{3}}{4}\cdot\left(\sqrt{3}a\right)^2 = \boldsymbol{\frac{3\sqrt{3}}{4}a^2}$$

☆別解　等積変形して, 一辺の長さが $a$ の正三角形 3 個分と考えてすると早い.

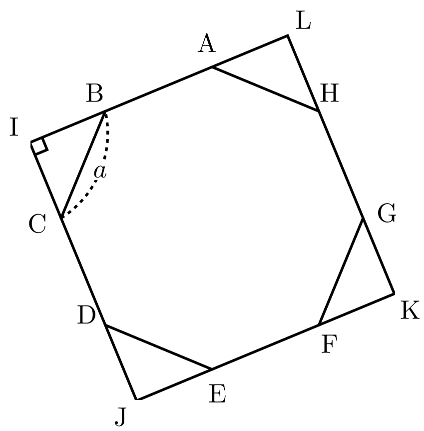
(2)　半径 $a$ の円に内接する正六角形.




3 つ対角線を引いて, 左図のように正三角形 6 個と考える.

$$\text{正六角形} = 6\triangle\mathrm{OAB} = 6\times\frac{\sqrt{3}}{4}a^2 = \boldsymbol{\frac{3\sqrt{3}}{2}a^2}$$

(3)　一辺の長さ $a$ の正八角形.




左図のように正八角形の辺を延ばして正方形 IJKL を考える.
△IBC が直角二等辺三角形になるので,

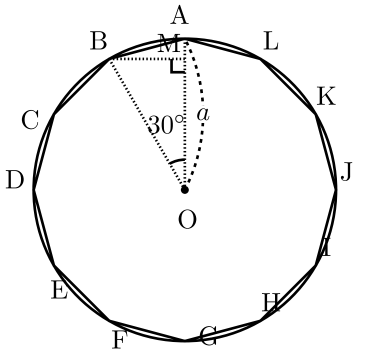
$$\mathrm{IB} = \mathrm{IC} = \frac{\sqrt{2}}{2}a$$

$$\Rightarrow \quad \mathrm{IJ} = \frac{\sqrt{2}}{2}a\times 2 + a = \left(1+\sqrt{2}\right)a$$

$$\begin{aligned}\therefore \quad \text{正八角形} &= \text{正方形 IJKL} - 4\,\text{直角二等辺三角形 IBC}\\ &= \left\{\left(1+\sqrt{2}\right)a\right\}^2 - 4\cdot\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{\sqrt{2}}{2}a\right)^2\\ &= \left(3+2\sqrt{2}\right)a^2 - a^2\\ &= \boldsymbol{\left(2+2\sqrt{2}\right)a^2}\end{aligned}$$

**2.** 次の正多角形の面積を求めよ.（ $S$ 級 1 分 20 秒, $A$ 級 2 分, $B$ 級 3 分, $C$ 級 4 分 ）

(1) 半径 $a$ の円に内接する正十二角形.



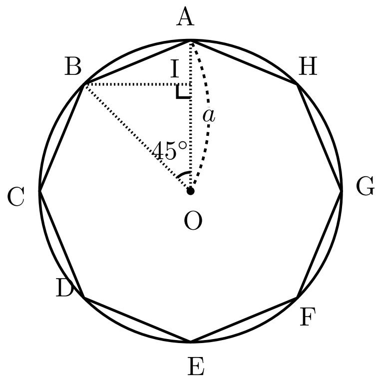

左図で B から OA に下ろした垂線の足を M とする.
△MBO が細い三角定規の形になるので,

$\mathrm{BM} = \dfrac{1}{2}a$

$\Rightarrow \quad \triangle\mathrm{OAB} = a \times \dfrac{1}{2}a \times \dfrac{1}{2} = \dfrac{a^2}{4}$

$$\begin{aligned} \therefore \quad \text{正十二角形} &= 12\triangle\mathrm{OAB} \\ &= 12 \cdot \frac{a^2}{4} \\ &= \boldsymbol{3\,a^2} \end{aligned}$$

(2) 半径 $a$ の円に内接する正八角形.



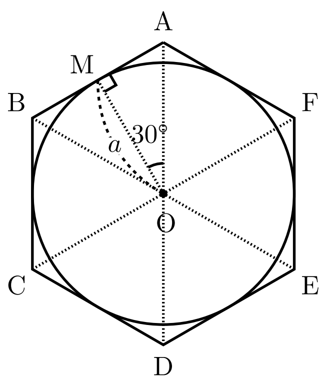

左図で B から OA に下ろした垂線の足を I とする.
△IBO が直角二等辺三角形になるので,

$\mathrm{BI} = \dfrac{\sqrt{2}}{2}a$

$\Rightarrow \quad \triangle\mathrm{OAB} = a \times \dfrac{\sqrt{2}}{2}a \times \dfrac{1}{2} = \dfrac{\sqrt{2}}{4}a^2$

$$\begin{aligned} \therefore \quad \text{正八角形} &= 8\triangle\mathrm{OAB} \\ &= 8 \cdot \frac{\sqrt{2}}{4}a^2 \\ &= \boldsymbol{2\sqrt{2}\,a^2} \end{aligned}$$

(3) 半径 $a$ の円に外接する正六角形.




M を辺 AB の中点とすると, △OAM が細い三角定規になるので,

$\mathrm{OA} = \dfrac{2}{\sqrt{3}}a$

$$\begin{aligned} \therefore \quad \text{正六角形} &= 6\triangle\mathrm{OAB} \\ &= 6 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4}\left(\frac{2}{\sqrt{3}}a\right)^2 \\ &= \boldsymbol{2\sqrt{3}\,a^2} \end{aligned}$$