反射テスト　平面図形　証明　傍接円　02

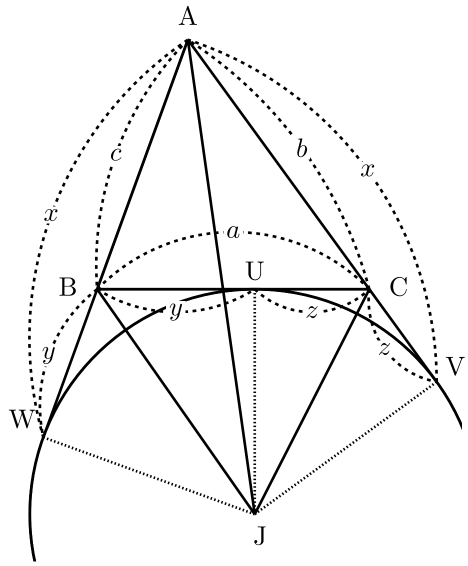
1. 　$\triangle$ABC の 3 辺全てに接している円について考える. ただし辺の延長線上に接している場合も含む.
三角形の内部にあるものを内接円, 外部にあるものを傍接円とよぶ. ここでは傍接円について考える.
傍接円のうち辺 BC をはさんで頂点 A と反対にあるものの中心（傍心）を J とする.
傍接円 J と辺 BC,CA,AB の接点をそれぞれ U,V,W とする.
BC $= a$, CA $= b$, AB $= c$ とするとき, AW を a,b,c で表せ.　　（ S 級 4 分, A 級 7 分, B 級 11 分, C 級 15 分 ）

2. △ABC の 3 辺全てに接している円について考える．ただし辺の延長線上に接している場合も含む．
三角形の内部にあるものを内接円, 外部にあるものを傍接円とよぶ．ここでは傍接円について考える．
傍接円のうち辺 BC をはさんで頂点 A と反対にあるものの中心（傍心）を J とする．
傍接円 J と辺 BC,CA,AB の接点をそれぞれ U,V,W とする．
$\mathrm{BC} = a$, $\mathrm{CA} = b$, $\mathrm{AB} = c$, そして, $s = \dfrac{a+b+c}{2}$ とする．BW と CV を b, c, s で表せ．

（ S 級 4 分, A 級 7 分, B 級 11 分, C 級 15 分 ）

反射テスト　平面図形　証明　傍接円　02　解答解説

1.　△ABC の 3 辺全てに接している円について考える. ただし辺の延長線上に接している場合も含む.
三角形の内部にあるものを内接円, 外部にあるものを傍接円とよぶ. ここでは傍接円について考える.
傍接円のうち辺 BC をはさんで頂点 A と反対にあるものの中心（傍心）を J とする.
傍接円 J と辺 BC,CA,AB の接点をそれぞれ U,V,W とする.
BC $= a$, CA $= b$, AB $= c$ とするとき, AW を a, b, c で表せ.　　（ S 級 4 分, A 級 7 分, B 級 11 分, C 級 15 分 ）



△AJV　と　△AJW　において,

AJ　=　AJ　（共通）

JV　=　JW　（同一円の半径）

∠JVA　=　∠JWA　=　90°　（接線と半径は接点で直角を作る.）

よって, 斜辺の等しい直角三角形でもう一辺も等しいから,

△AJV ≡ △AJW

対応する辺の長さは等しいから, AV = AW $= x$.

同様にして,

△BJW ≡ △BJU　から,　BW = BU $= y$.

△CJU ≡ △CJV　から,　CU = CV $= z$.

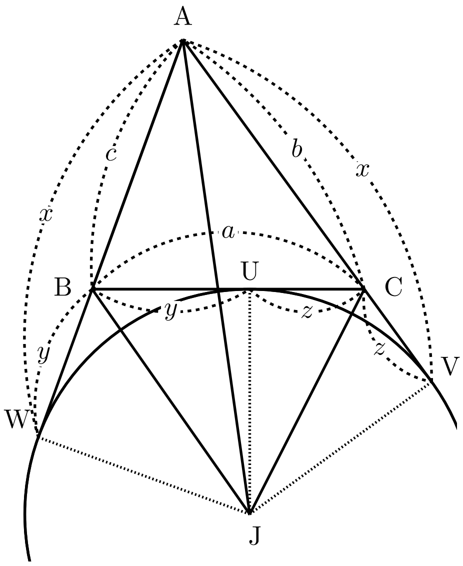
以上から, 左図のようになって, $y + z = a$, $x - z = b$, $x - y = c$.

x について解けば,　$x = \dfrac{a+b+c}{2}$.

$$\therefore \quad \mathbf{AW} = \boldsymbol{\frac{a+b+c}{2}} \ .$$

2. $\triangle$ABC の 3 辺全てに接している円について考える. ただし辺の延長線上に接している場合も含む.
三角形の内部にあるものを内接円, 外部にあるものを傍接円とよぶ. ここでは傍接円について考える.
傍接円のうち辺 BC をはさんで頂点 A と反対にあるものの中心（傍心）を J とする.
傍接円 J と辺 BC,CA,AB の接点をそれぞれ U,V,W とする.
$\mathrm{BC}=a$, $\mathrm{CA}=b$, $\mathrm{AB}=c$, そして, $s=\dfrac{a+b+c}{2}$ とする. BW と CV を b,c,s で表せ.

（ S 級 4 分, A 級 7 分, B 級 11 分, C 級 15 分 ）



$\triangle$AJV と $\triangle$AJW において,

AJ $=$ AJ （共通）
JV $=$ JW （同一円の半径）
$\angle$JVA $=$ $\angle$JWA $= 90^\circ$ （接線と半径は接点で直角を作る.）

よって, 斜辺の等しい直角三角形でもう一辺も等しいから,

$\triangle\mathrm{AJV}\equiv\triangle\mathrm{AJW}$

対応する辺の長さは等しいから, $\mathrm{AV}=\mathrm{AW}=x$.

同様にして,

$\triangle\mathrm{BJW}\equiv\triangle\mathrm{BJU}$ から, $\mathrm{BW}=\mathrm{BU}=y$.
$\triangle\mathrm{CJU}\equiv\triangle\mathrm{CJV}$ から, $\mathrm{CU}=\mathrm{CV}=z$.

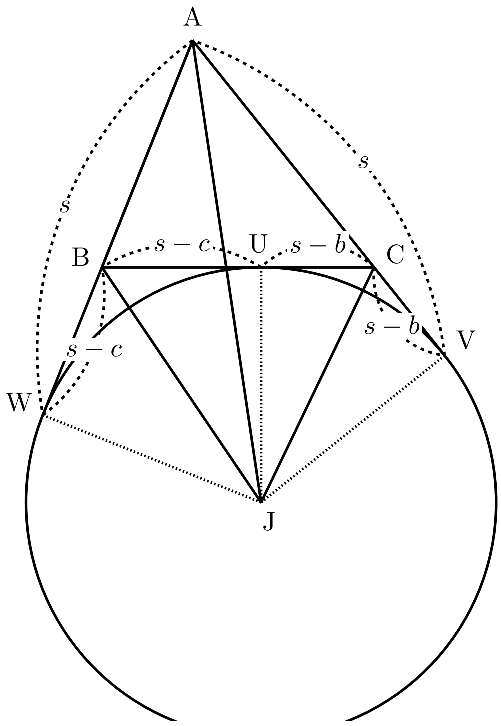
以上から, 左図のようになって, $y+z=a$, $x-z=b$, $x-y=c$.

x について解けば, $x=\dfrac{a+b+c}{2}$.

よって,

$x=s$, $y=s-c$, $z=s-b$.

$$\therefore\quad \begin{cases} \mathbf{BW} = \boldsymbol{s-c} \\ \\ \mathbf{CV} = \boldsymbol{s-b} \end{cases}$$



★ 三角形の頂点と傍接円の接点との距離

$\mathrm{BC}=a$, $\mathrm{CA}=b$, $\mathrm{AB}=c$,
そして, $s=\dfrac{a+b+c}{2}$ とおけば,

$$\begin{cases} \mathbf{AV}=\mathbf{AW}=\boldsymbol{s} \\ \mathbf{BW}=\mathbf{BU}=\boldsymbol{s-c} \\ \mathbf{CU}=\mathbf{CV}=\boldsymbol{s-b} \end{cases}$$