反射テスト　平面図形　証明　内接円・傍接円の半径　01

1.　$\triangle$ABC の 3 辺全てに接している円について考える．ただし辺の延長線上に接している場合も含む．
三角形の内部にあるものを内接円, 外部にあるものを傍接円とよぶ．内接円の中心（内心）を I,
傍接円のうち辺 BC をはさんで頂点 A と反対にあるものの中心（傍心）を J とする．
内接円 I と辺 BC,CA,AB の接点をそれぞれ D,E,F とする．
BC $= a$, CA $= b$, AB $= c$, そして, $\triangle$ABC $= S$ とするとき, 内接円 I の半径 r を a, b, c, S で表せ．

（ S 級 1 分 30 秒, A 級 3 分, B 級 5 分, C 級 7 分 ）

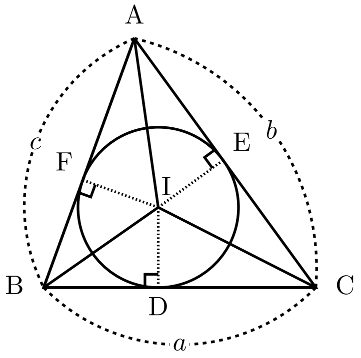
2. $\triangle$ABC の 3 辺全てに接している円について考える. ただし辺の延長線上に接している場合も含む.
三角形の内部にあるものを内接円, 外部にあるものを傍接円とよぶ. 内接円の中心（内心）を I,
傍接円のうち辺 BC をはさんで頂点 A と反対にあるものの中心（傍心）を J とする.
傍接円 J と辺 BC,CA,AB の接点をそれぞれ U,V,W とする.
$\mathrm{BC}=a$, $\mathrm{CA}=b$, $\mathrm{AB}=c$, そして, $\triangle\mathrm{ABC}=S$ とするとき, 傍接円 J の半径 R を a,b,c,S で表せ.

（ S 級 2 分 30 秒, A 級 4 分 20 秒, B 級 7 分, C 級 9 分 ）

反射テスト　平面図形　証明　内接円・傍接円の半径　01

1.　△ABC の 3 辺全てに接している円について考える. ただし辺の延長線上に接している場合も含む.
三角形の内部にあるものを内接円, 外部にあるものを傍接円とよぶ. 内接円の中心（内心）を I,
傍接円のうち辺 BC をはさんで頂点 A と反対にあるものの中心（傍心）を J とする.
内接円 I と辺 BC,CA,AB の接点をそれぞれ D,E,F とする.
BC $= a$, CA $= b$, AB $= c$, そして, △ABC $= S$ とするとき, 内接円 I の半径 r を a, b, c, S で表せ.

（ S 級 1 分 30 秒, A 級 3 分, B 級 5 分, C 級 7 分 ）



内接円の半径 r と △ABC の 3 辺 a, b, c から,

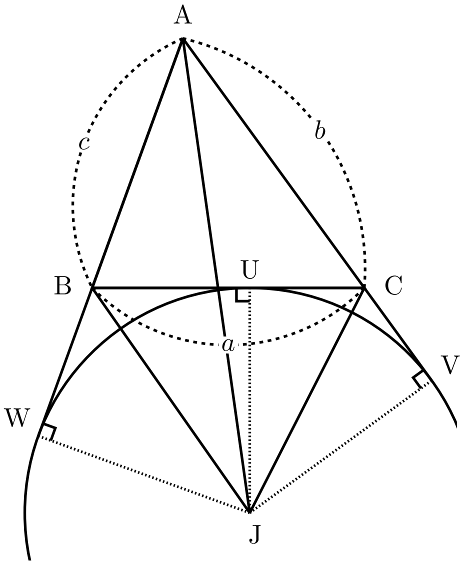
$$\begin{aligned} \triangle\mathrm{ABC} &= \triangle\mathrm{IBC} + \triangle\mathrm{ICA} + \triangle\mathrm{IAB} \\ &= \frac{ar}{2} + \frac{br}{2} + \frac{cr}{2} \end{aligned}$$

三角形の 3 辺の長さは正であるから, $a + b + c \neq 0$ より,

$$S = \frac{(a+b+c)r}{2} \quad \Leftrightarrow \quad \boldsymbol{r = \frac{2S}{a+b+c}}$$

2. 　$\triangle$ABC の 3 辺全てに接している円について考える．ただし辺の延長線上に接している場合も含む．
三角形の内部にあるものを内接円, 外部にあるものを傍接円とよぶ．内接円の中心（内心）を I,
傍接円のうち辺 BC をはさんで頂点 A と反対にあるものの中心（傍心）を J とする．
傍接円 J と辺 BC,CA,AB の接点をそれぞれ U,V,W とする．
BC $= a$, CA $= b$, AB $= c$, そして, $\triangle$ABC $= S$ とするとき, 傍接円 J の半径 R を a, b, c, S で表せ．

（ S 級 2 分 30 秒, A 級 4 分 20 秒, B 級 7 分, C 級 9 分 ）



傍接円の半径 R と $\triangle$ABC の 3 辺 a, b, c から,

$$\begin{aligned}\triangle\mathrm{ABC} &= \triangle\mathrm{JCA} + \triangle\mathrm{JAB} - \triangle\mathrm{JBC}\\ &= \frac{bR}{2} + \frac{cR}{2} - \frac{aR}{2}\end{aligned}$$

三角形の 2 辺の和は他の 1 辺より大きいから, $-a+b+c \neq 0$ より,

$$S = \frac{(-a+b+c)R}{2} \quad \Leftrightarrow \quad \boldsymbol{R = \frac{2S}{-a+b+c}}$$

同様にして, 全ての傍接円の半径が求められる．

★ 内接円・傍接円の半径　BC $= a$, CA $= b$, AB $= b$ の $\triangle$ABC について,

内接円の半径　$\boldsymbol{\dfrac{2S}{a+b+c}}$

BC と接する傍接円の半径　$\boldsymbol{\dfrac{2S}{-a+b+c}}$

CA と接する傍接円の半径　$\boldsymbol{\dfrac{2S}{a-b+c}}$

AB と接する傍接円の半径　$\boldsymbol{\dfrac{2S}{a+b-c}}$