# 反射テスト　平面図形　証明　内接円の半径　01

**1.**　三角形の内接円の半径の公式を証明したい．△ABC の面積を $S$ , 内接円の中心を I, 内接円の半径を $r$ とする．また, 内接円と辺 BC,CA,AB との接点を順に S,T,U とする．$\mathrm{BC} = a$ , $\mathrm{CA} = b$ , $\mathrm{AB} = c$ とおいたとき, $r$ を $a, b, c, S$ で表せ.

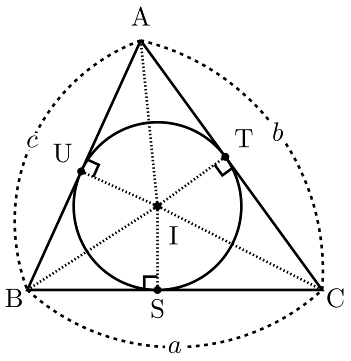
（ $S$ 級 2 分, $A$ 級 3 分, $B$ 級 4 分, $C$ 級 5 分 ）

**2.** 四角形の内接円の半径の公式を作りたい. 四角形ABCD の面積を $S$ , 内接円の中心を I, 内接円の半径を $r$ とする.
また, 内接円と辺 DA,AB,BC,CD との接点を順に P,Q,R,S とする. $\mathrm{DA}=a$ , $\mathrm{AB}=b$ , $\mathrm{BC}=c$ , $\mathrm{CD}=d$ とおいたとき,
$r$ を $a,b,c,d,S$ で表せ. （ $S$ 級 2 分, $A$ 級 3 分, $B$ 級 4 分, $C$ 級 5 分 ）

# 反射テスト　平面図形　証明　内接円の半径　01　解答解説

**1.**　三角形の内接円の半径の公式を証明したい．$\triangle$ABC の面積を $S$ , 内接円の中心を I, 内接円の半径を $r$ とする．また, 内接円と辺 BC,CA,AB との接点を順に S,T,U とする．BC $= a$ , CA $= b$ , AB $= c$ とおいたとき, $r$ を $a, b, c, S$ で表せ.

（ $S$ 級 2 分, $A$ 級 3 分, $B$ 級 4 分, $C$ 級 5 分 ）




**★ 内接円の半径の公式**

$$\boldsymbol{r = \frac{2S}{a+b+c}}$$　**（ただし $\boldsymbol{S = \triangle\mathrm{ABC}}$ ）**

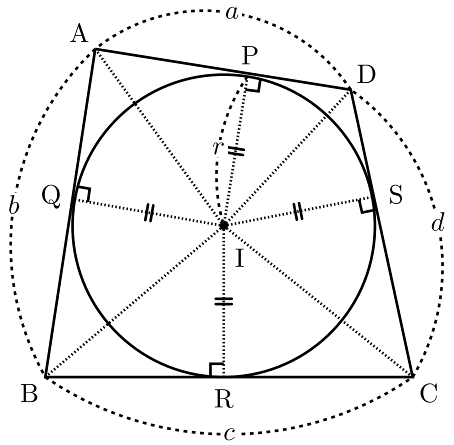
$$\triangle\mathrm{ABC} = \triangle\mathrm{IBC} + \triangle\mathrm{ICA} + \triangle\mathrm{IAB}$$

$$S = \frac{ar}{2} + \frac{br}{2} + \frac{cr}{2}$$

よって，$2S = (a+b+c)r$

$a+b+c \neq 0$　より，$\boldsymbol{r = \frac{2S}{a+b+c}}$

**2.** 四角形の内接円の半径の公式を作りたい. 四角形ABCD の面積を $S$ , 内接円の中心を I, 内接円の半径を $r$ とする. また, 内接円と辺 DA,AB,BC,CD との接点を順に P,Q,R,S とする. DA $= a$ , AB $= b$ , BC $= c$ , CD $= d$ とおいたとき, $r$ を $a, b, c, d, S$ で表せ. （ $S$ 級 2 分, $A$ 級 3 分, $B$ 級 4 分, $C$ 級 5 分 ）




四角形 ABCD $=$ △IDA $+$ △IAB $+$ △IBC $+$ △ICD

$$S = \frac{ar}{2} + \frac{br}{2} + \frac{cr}{2} + \frac{dr}{2}$$

よって $2S = (a+b+c+d)r$

$a+b+c+d \neq 0$ より, $\boldsymbol{r = \dfrac{2S}{a+b+c+d}}$

三角形の場合でも, 四角形の場合でも, 分母にくるものは図形の周りの長さである.
一般的に次が成り立つ.

**★ 多角形の内接円の半径** $\boldsymbol{S = \dfrac{2S}{l}}$

ただし, 多角形の内接円の半径を $r$, 多角形の周りの長さを $l$, 多角形の面積を $S$ とする.

☆内接円とは, 多角形の全ての辺に接している円である.
どんな多角形でも内接円をもつわけではない. むしろ内接円をもつ多角形はめったになく, 特別である.