反射テスト　平面図形　証明　内接円　01

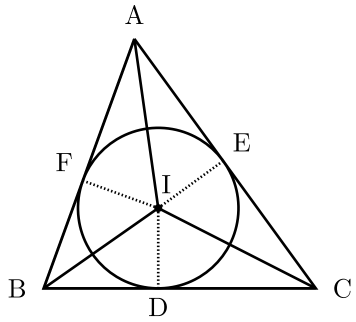
1. 　△ABC の 3 辺全てに接している円について考える．ただし辺の延長線上に接している場合も含む．
三角形の内部にあるものを内接円, 外部にあるものを傍接円とよぶ．ここでは内接円について考える．
内接円の中心（内心）を I, 内接円 I と辺 BC,CA,AB の接点をそれぞれ D,E,F とする．
内心 I が 3 つの内角の二等分線上にあることを証明せよ．　（ S 級 3 分 30 秒, A 級 6 分, B 級 9 分, C 級 13 分 ）

2. $\triangle$ABC の 3 辺全てに接している円について考える．ただし辺の延長線上に接している場合も含む．
三角形の内部にあるものを内接円, 外部にあるものを傍接円とよぶ．ここでは内接円について考える．
内接円の中心（内心）を I, 内接円 I と辺 BC,CA,AB の接点をそれぞれ D,E,F とする．
$\mathrm{BC}=a$, $\mathrm{CA}=b$, $\mathrm{AB}=c$, $\mathrm{AE}=x$, $\mathrm{BF}=y$, $\mathrm{CD}=z$ とする．x,y,z を a,b,c で表せ．

（ S 級 3 分 30 秒, A 級 6 分, B 級 9 分, C 級 13 分 ）

反射テスト　平面図形　証明　内接円　01　解答解説

1. 　△ABC の 3 辺全てに接している円について考える．ただし辺の延長線上に接している場合も含む．
三角形の内部にあるものを内接円, 外部にあるものを傍接円とよぶ．ここでは内接円について考える．
内接円の中心（内心）を I, 内接円 I と辺 BC,CA,AB の接点をそれぞれ D,E,F とする．
内心 I が 3 つの内角の二等分線上にあることを証明せよ．　（ S 級 3 分 30 秒, A 級 6 分, B 級 9 分, C 級 13 分 ）



△AIE　と　△AIF　において,

AI　＝　AI　（ 共通 ）

IE　＝　IF　（ 同一円の半径 ）

∠IEA　＝　∠IFA　＝　90°　（ 接線と半径は接点で直角 ）

よって, 斜辺の等しい直角三角形でもう一辺も等しいから,

△AIE ≡ △AIF

対応する角は等しいから, ∠IAE = ∠IAF .

AI は △ABC の内角 A の二等分線である．

同様にして,

△BIF ≡ △BID から, BI は △ABC の内角 B の二等分線である．

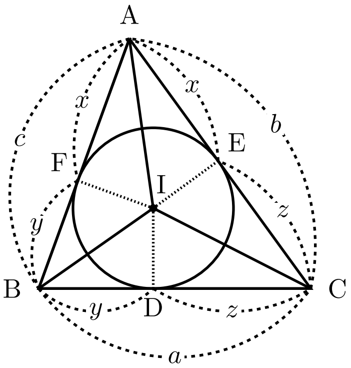
△CID ≡ △CIE から, CI は △ABC の内角 C の二等分線である．

以上から, I は 3 つの内角の二等分線上にある．

★ 三角形の内心は, 3 つの内角の二等分線上にある．

2.　△ABC の 3 辺全てに接している円について考える. ただし辺の延長線上に接している場合も含む.
三角形の内部にあるものを内接円, 外部にあるものを傍接円とよぶ. ここでは内接円について考える.
内接円の中心（内心）を I, 内接円 I と辺 BC,CA,AB の接点をそれぞれ D,E,F とする.
$\mathrm{BC}=a$, $\mathrm{CA}=b$, $\mathrm{AB}=c$, $\mathrm{AE}=x$, $\mathrm{BF}=y$, $\mathrm{CD}=z$ とする. x,y,z を a,b,c で表せ.

（ S 級 3 分 30 秒, A 級 6 分, B 級 9 分, C 級 13 分 ）



△AIE　と　△AIF　において,

AI	=	AI		（共通）
IE	=	IF		（同一円の半径）
∠IEA	=	∠IFA	= 90°	（接線と半径は接点で直角）

よって, 斜辺の等しい直角三角形でもう一辺も等しいから,

△AIE ≡ △AIF

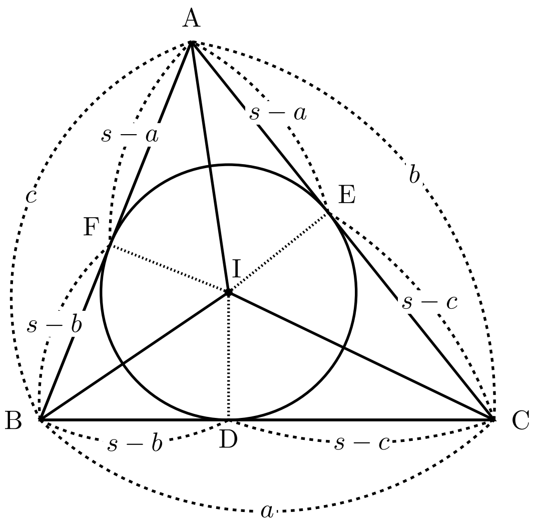
対応する辺の長さは等しいから, AE = AF .

同様にして,
△BIF ≡ △BID から, BF = BD .
△CID ≡ △CIE から, CD = CE .

以上から, 左上図のようになり, $y+z=a$, $z+x=b$, $x+y=c$.

⇒　$x+y+z=\dfrac{a+b+c}{2}$ となるので,

$$\boldsymbol{x=\frac{-a+b+c}{2}}\ ,\ \boldsymbol{y=\frac{a-b+c}{2}}\ ,\ \boldsymbol{z=\frac{a+b-c}{2}}\ .$$



★ 三角形の頂点と内接円の接点との距離

$s=\dfrac{a+b+c}{2}$ とおけば,

$$\begin{cases} \boldsymbol{x=s-a} \\ \boldsymbol{y=s-b} \\ \boldsymbol{z=s-c} \end{cases}$$