

反射テスト 平面図形 証明 2円 02

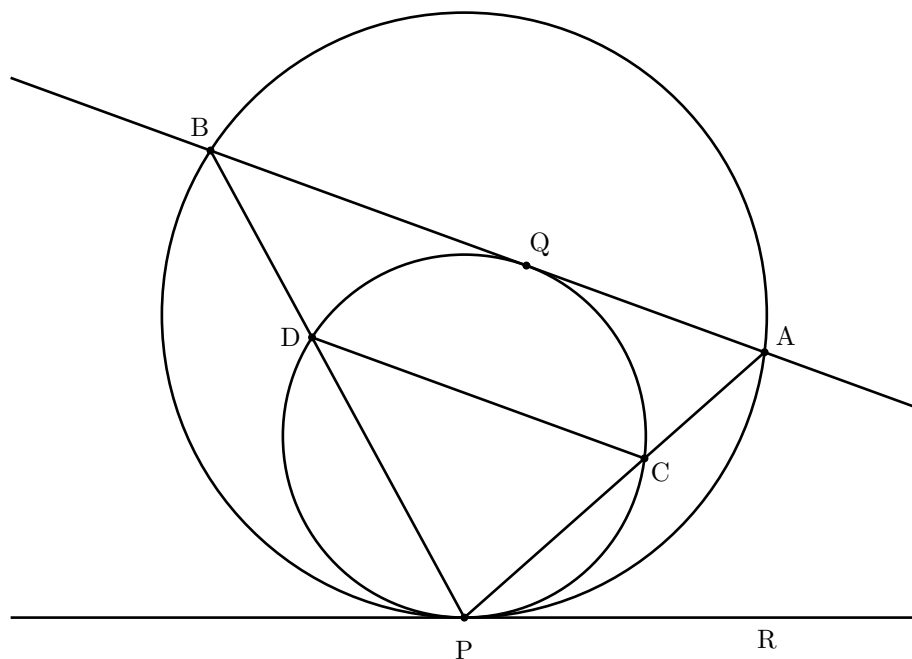
1. 平面上にある小円が大円に点 P で内接している. 小円の円周上に P と異なる点 Q をとる. Q における小円の接線と大円との交点を A, B とする. 小円と PA, PB との交点のうち P ではない点をそれぞれ C, D とする. $AB \parallel CD$ を証明せよ.
(S 級 3 分 30 秒, A 級 6 分, B 級 8 分, C 級 12 分)

2. 平面上にある小円が大円に点 P で内接している. 小円の円周上に P と異なる点 Q をとる. Q における小円の接線と大円との交点を A, B とする. 小円と PA, PB との交点のうち P ではない点をそれぞれ C, D とする. PQ が $\angle CPD$ の二等分線であることを証明せよ. 前ページで証明した「 $AB \parallel CD$ 」はを証明せずに用いてよい.

(S 級 3 分, A 級 5 分, B 級 7 分, C 級 10 分)

反射テスト 平面図形 証明 2円 02 解答解説

1. 平面上にある小円が大円に点Pで内接している. 小円の円周上にPと異なる点Qをとる.Qにおける小円の接線と大円との交点をA,Bとする.小円とPA,PBとの交点をそれぞれC,Dとする. $AB \parallel CD$ を証明せよ.
 (S級3分30秒, A級6分, B級8分, C級12分)



★2円の補助線 交わっているなら2円の共通な弦, 接しているなら接点での接線. これらは両方の円について議論できる材料になる.

証明

上図のように, 2円の共通外接線PRを引く.

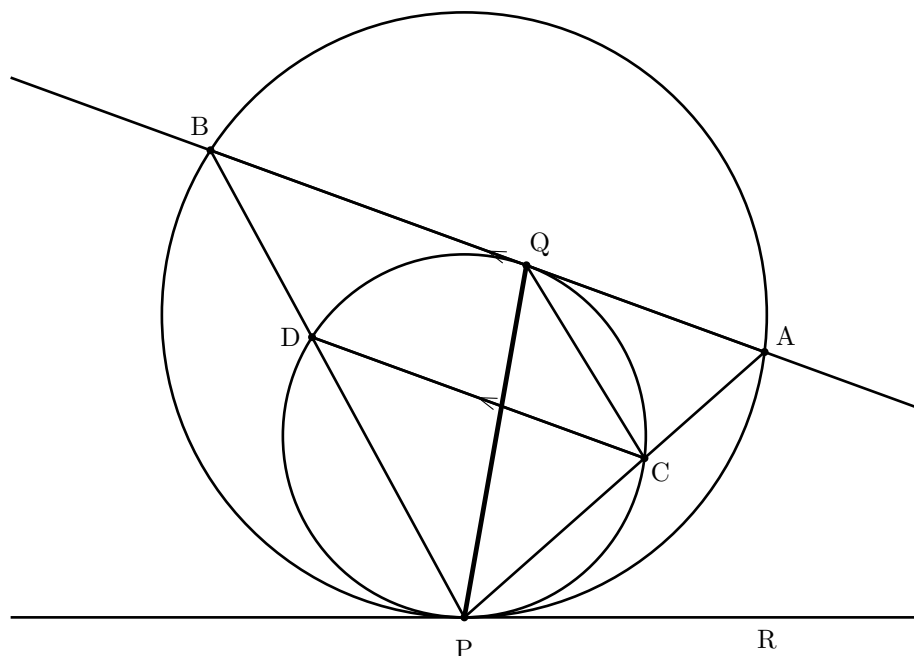
$$\begin{aligned} \angle ABP &= \angle RPA \quad (\text{大円に接弦定理を適用.}) \\ &= \angle RPC \quad (\text{共通.}) \\ &= \angle CDP \quad (\text{小円に接弦定理を適用.}) \end{aligned}$$

以上から, AB, CD の同位角が等しいので, $AB \parallel CD$.

★[接弦定理](#) 反射テスト「幾何学」角度を求める問題「円と接線」参照.

2. 平面上にある小円が大円に点Pで内接している. 小円の円周上にPと異なる点Qをとる.Qにおける小円の接線と大円との交点をA,Bとする. 小円とPA,PBとの交点のうちPではない点をそれぞれC,Dとする. PQが $\angle CPD$ の二等分線であることを証明せよ. 前ページで証明した「 $AB \parallel CD$ 」はを証明せずに用いてよい.

(S級3分, A級5分, B級7分, C級10分)



証明

$$\begin{aligned} \angle CPQ &= \angle AQC \quad (\text{小円に接弦定理を適用.}) \\ &= \angle QCD \quad (\text{AB} \parallel \text{CD} \text{より錯角は等しい.}) \\ &= \angle QPD \quad (\widehat{DQ} \text{の円周角は等しい.}) \end{aligned}$$

以上から, PQは $\angle CPD$ の二等分線である.

★[接弦定理](#) 反射テスト「幾何学」角度を求める問題「円と接線」参照.