

反射テスト 平面図形 証明 2円 01

1. 平面上にある2つの円 O, O' が1点 P で外接している. 円 O の円周上に互いに異なる点 A, B をとり, 直線 AP, BP と円 O' との交点で P 以外の点をそれぞれ C, D とする.
 $AB \parallel CD$ を証明せよ. (S級4分, A級6分30秒, B級8分, C級12分)

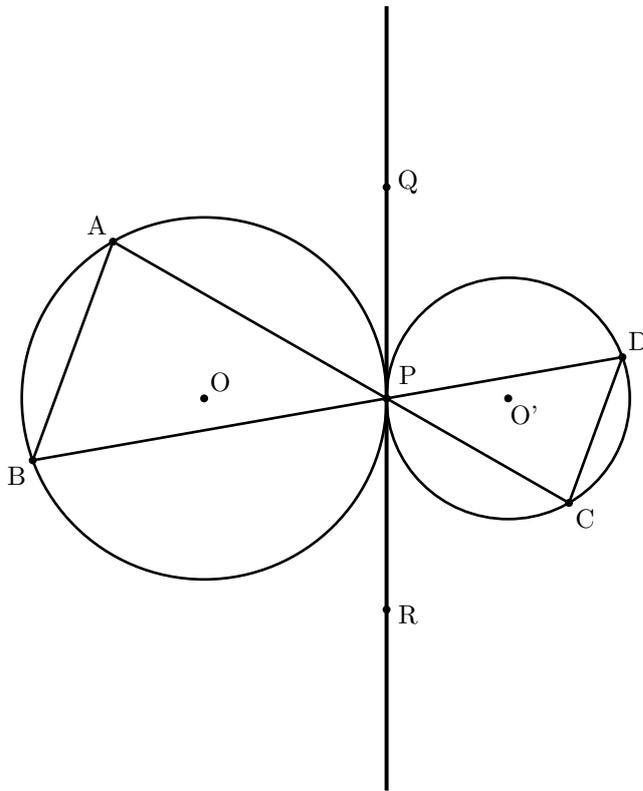
2. 平面上にある小円 O が大円 O' に点 P で内接している. 円 O の円周上に互いに異なる点 A, B をとり, 直線 AP, BP と円 O' との交点で P 以外の点をそれぞれ C, D とする.

$AB \parallel CD$ を証明せよ.

(S 級 3 分, A 級 5 分, B 級 7 分, C 級 10 分)

反射テスト 平面図形 証明 2円 01 解答解説

1. 平面上にある2つの円 O, O' が1点 P で外接している. 円 O の円周上に互いに異なる点 A, B をとり, 直線 AP, BP と円 O' との交点で P 以外の点をそれぞれ C, D とする.
 $AB \parallel CD$ を証明せよ. (S級4分, A級6分30秒, B級8分, C級12分)



★ 証明の流れ

適確な図を描くこと. これはとても難しい作業である. 1回のトライであきらめてはもったいない. 何回か描いてみて証明しやすいものを探してみよう.

★ **2円の補助線** 交わっているなら2円の共通な弦, 接しているなら接点での接線. これらは両方の円について議論できる材料になる.

証明

上図のように, P を通る, 2円の共通内接線 QR を引く.

$$\begin{aligned}\angle ABP &= \angle QPA \quad (\text{円} O \text{に 接弦定理を適用.}) \\ &= \angle RPC \quad (\text{対頂角.}) \\ &= \angle PDC \quad (\text{円} O' \text{に 接弦定理を適用.})\end{aligned}$$

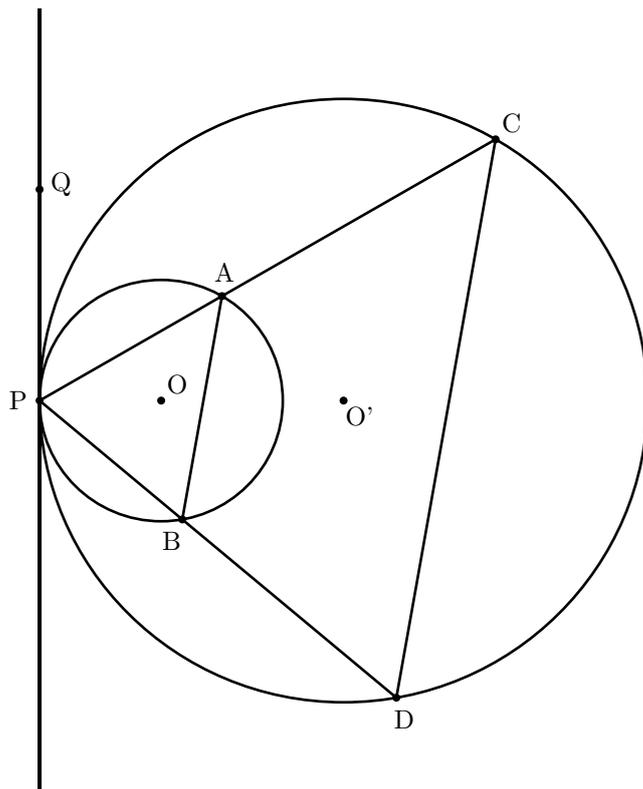
以上から, AB, DC の錯角が等しいので, $AB \parallel DC$.

★ **接弦定理** 反射テスト「幾何学」角度を求める問題「円と接線」参照.

2. 平面上にある小円 O が大円 O' に点 P で内接している. 円 O の円周上に互いに異なる点 A, B をとり, 直線 AP, BP と円 O' との交点で P 以外の点をそれぞれ C, D とする.

$AB \parallel CD$ を証明せよ.

(S 級 3 分, A 級 5 分, B 級 7 分, C 級 10 分)



★ 証明の流れ

適確な図を描くこと. これはとても難しい作業である. 1 回のトライであきらめてはもったいない. 何回か描いてみて証明しやすいものを探してみよう.

★ 2 円の補助線 交わっているなら 2 円の共通な弦, 接しているなら接点での接線. これらは両方の円について議論できる材料になる.

証明

上図のように, 2 円の共通外接線 PQ を引く.

$$\begin{aligned} \angle ABP &= \angle QPA \quad (\text{円 } O \text{ に 接弦定理 を適用.}) \\ &= \angle PDC \quad (\text{円 } O' \text{ に 接弦定理 を適用.}) \end{aligned}$$

以上から, AB, CD の同位角が等しいので, $AB \parallel CD$.

★ 接弦定理 反射テスト「幾何学」角度を求める問題「円と接線」参照.