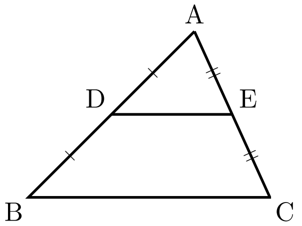
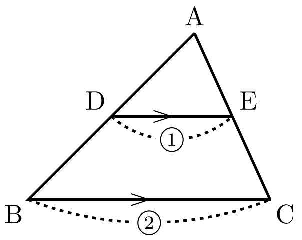
反射テスト　平面図形　証明　中点連結定理　01

1.　下図を用いて，中点連結定理を証明したい．$\triangle$ABC の AB, AC の中点を D, E とするとき，
DE $= \dfrac{1}{2}$BC かつ DE // BC を証明せよ．（ S 級 2 分 20 秒，A 級 4 分，B 級 6 分，C 級 8 分 ）

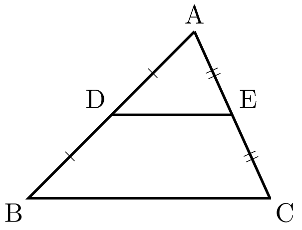


2. 下図を用いて，中点連結定理の **逆** を証明したい．「$\triangle$ABC の AB, AC の中点を D, E とするとき，DE $= \dfrac{1}{2}$BC かつ DE $/\!/$ BC となること」の **逆** を証明せよ．
ちなみに，「P ならば Q」の **逆** は，「Q ならば P」である． （S 級 2 分 30 秒，A 級 4 分，B 級 6 分，C 級 8 分）



反射テスト　平面図形　証明　中点連結定理　01　解答解説

1.　下図を用いて，中点連結定理を証明したい．△ABC の AB, AC の中点を D, E とするとき，
$\mathrm{DE} = \dfrac{1}{2}\mathrm{BC}$ かつ DE // BC を証明せよ．　（ S 級 2 分 20 秒，A 級 4 分，B 級 6 分，C 級 8 分 ）



★ 中点連結定理

△ABC の AB, AC の中点を D, E とするとき，
$\mathrm{DE} = \dfrac{1}{2}\mathrm{BC}$ かつ DE // BC .

★ 二辺比夾角相等　相似な三角形に注目.

△ADE と △ABC において，

AD	:	AB	= 1 : 2 .	(仮定)
AE	:	AC	= 1 : 2 .	(仮定)
∠DAE	=	∠BAC	.	(共通)

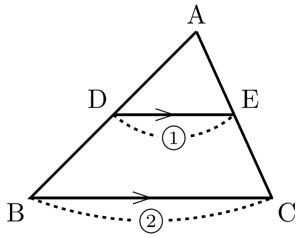
よって，二組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しいので，
　△ADE ∽ △ABC .

対応する辺の比が等しいから，DE : BC = 1 : 2 .　⇒　$\mathrm{DE} = \dfrac{1}{2}\mathrm{BC}$.

対応する角が等しいので，∠ADE = ∠ABC .
同位角が等しいから，DE // BC .

以上から，中点連結定理が証明された.

2. 下図を用いて，中点連結定理の **逆** を証明したい．「$\triangle$ABC の AB, AC の中点を D, E とするとき，
$\mathrm{DE} = \dfrac{1}{2}\mathrm{BC}$ かつ DE // BC となること」の **逆** を証明せよ．
ちなみに，「P ならば Q」の **逆** は，「Q ならば P」である． （S 級 2 分 30 秒，A 級 4 分，B 級 6 分，C 級 8 分）



★ 中点連結定理の逆
$\mathrm{DE} = \dfrac{1}{2}\mathrm{BC}$ かつ DE // BC ならば，
　D, E はそれぞれ辺 AB, AC の中点である．

★ 二角相等　相似な三角形に注目．

$\triangle$ADE と $\triangle$ABC において，
$\angle\mathrm{DAE} = \angle\mathrm{BAC}$ ．（DE // BC により同位角は等しい．）
$\angle\mathrm{DAE} = \angle\mathrm{BAC}$ ．（共通）
よって，二組の角がそれぞれ等しいので，
　$\triangle\mathrm{ADE} \backsim \triangle\mathrm{ABC}$.

$\mathrm{DE} = \dfrac{1}{2}\mathrm{BC}$ であるから，$\mathrm{DE} : \mathrm{BC} = 1 : 2$.
よって，$\triangle$ADE と $\triangle$ABC の相似比は $1 : 2$ であるから，
　$\mathrm{AD} : \mathrm{AB} = 1 : 2 \quad \Rightarrow \quad \mathrm{AD} : \mathrm{DB} = 1 : 1$.
　$\mathrm{AE} : \mathrm{AC} = 1 : 2 \quad \Rightarrow \quad \mathrm{AE} : \mathrm{EC} = 1 : 1$.
ゆえに，D, E はそれぞれ AB, AC の中点である．

以上から，中点連結定理の逆が証明された．