反射テスト　平面図形　証明　四角形　0804

1.　「四角形 ABCD がひし形であるならば，2 つの対角線は直交すること」を図形の合同を用いて証明せよ．
ただし，対角線の交点を O とする．（ S 級 3 分，A 級 4 分 30 秒，B 級 6 分，C 級 7 分 ）

2. 「平行四辺形 ABCD の対角線が直交するなら，平行四辺形 ABCD はひし形であること」を図形の合同を用いて証明せよ．
ただし，対角線の交点を O とする．　（ S 級 3 分 30 秒，A 級 5 分，B 級 7 分，C 級 8 分 ）

反射テスト　平面図形　証明　四角形　0804　解答解説

1.　「四角形 ABCD がひし形であるならば，2 つの対角線は直交すること」を図形の合同を用いて証明せよ．
ただし，対角線の交点を O とする．　（ S 級 3 分，A 級 4 分 30 秒，B 級 6 分，C 級 7 分 ）

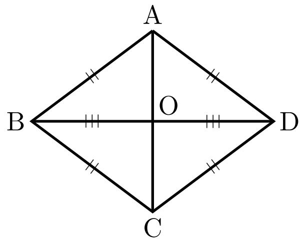
★ ひし形の定義と性質

定義　4 つの辺の長さが全て等しい四角形．
性質①　平行四辺形の定義・性質は全て成立．
性質②　2 つの対角線が直交する．

☆ここでは「ひし形⇒性質②」が成り立つ事を証明するのがテーマである．
注意点としては，上の性質②を用いて証明してはいけない．性質②は結論である．それを証明したいのに，性質②を利用しては「結論先にありき」で証明とは言えない．これを **循環論法** という．
ひし形であることを用いるのはもちろんだが，2 つの対角線の長さが直交するかどうかは最後までわからないものとして証明する必要がある．

☆証明の骨子
★「図形の基本は三角形」　下図において AC ⊥ BD を証明したい．∠BOD が平角 (180°) だから，∠AOB ＝ ∠AOD を言えばよい．そこで考えるべきことは，∠AOB を用いる三角形と，∠AOD を用いる三角形の合同を考えることである．下では △AOB と △AOD について考えた．

証明



△ABO と △ADO において，
　AB　＝　AD　(ひし形の 4 辺は等しい)
　BO　＝　DO　(平行四辺形の対角線は互いの中点で交わる)
　AO　＝　AO　(共通)
よって 3 組の辺の長さがそれぞれ等しいから △ABO ≡ △ADO
対応する角は等しいから ∠AOB = ∠AOD
　$\angle AOB + AOD = 180^\circ$ であるから，
　$\angle AOB = AOD = 180^\circ \div 2 = 90^\circ$
ゆえにひし形 ABCD の対角線は直交する．

☆ひし形は平行四辺形である．

2. 「平行四辺形 ABCD の対角線が直交するなら，平行四辺形 ABCD はひし形であること」を図形の合同を用いて証明せよ．ただし，対角線の交点を O とする．（ S 級 3 分 30 秒，A 級 5 分，B 級 7 分，C 級 8 分 ）

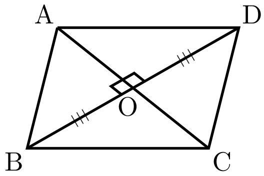
★ ひし形の定義と性質

定義　4 つの辺の長さが全て等しい四角形．
性質①　平行四辺形の定義・性質は全て成立．
性質②　2 つの対角線が直交する．

☆ここでは「性質②⇒ひし形」が成り立つ事を証明するのがテーマである．
注意点としては，上の「ひし形の定義」を用いて証明してはいけない．「ひし形の定義」は結論である．それを証明したいのに，「ひし形の定義 (四辺が等しい)」を利用しては「結論先にありき」で証明とは言えない．

☆証明の骨子
★「図形の基本は三角形」　下図において平行四辺形 ABCD の四辺が等しいことを証明したい．平行四辺形の対辺は等しいから，
となりあう辺の長さが等しいことを言えばいい．つまり AB = AD を言いたい．そこで考えるべきことは，AB を 1 辺とする三角形と，AD を 1 辺とする三角形の合同を考えることである．下では △AOB と △AOD について考えた．

証明



△ABO と △ADO において，

AO	=	AO	(共通)
BO	=	DO	(平行四辺形の対角線は互いの中点で交わる)
∠AOB	=	∠AOD	(仮定)

よって 2 組の辺の長さとその間の角がそれぞれ等しいから △ABO ≡ △ADO
対応する辺の長さは等しいから AB = AD
平行四辺形の対辺の長さは等しいから，この四角形 ABCD の 4 つの辺の長さは等しい．
ゆえに平行四辺形 ABCD はひし形 ABCD である．