

反射テスト 整数 代数学 表で整理 01

1. 30 円切手が 7 枚と 50 円切手が 7 枚ある. 10 円きざみで作ることができる金額についての **表を作り**, 次の問に答えよ.
(S 級 3 分 30 秒, A 級 5 分, B 級 8 分, C 級 11 分)
- (1) 10 円以上 100 円以下で作れる金額を全て言え.
- (2) 300 円以上で作れない金額の中で最小のものを言え.

2. 50 円切手が 10 枚と 80 円切手が 10 枚ある. 10 円きざみで作ることができる金額についての **表を作り**, 次の間に答えよ.
(S 級 5 分 30 秒, A 級 7 分, B 級 10 分, C 級 14 分)

- (1) 10 円以上 200 円以下で作れる金額を全て言え.
- (2) 300 円以上で作れない金額の中で最小のものを言え.

反射テスト 整数 代数学 表で整理 01 解答解説

1. 30 円切手が 7 枚と 50 円切手が 7 枚ある. 10 円きざみで作ることができる金額についての **表を作り**, 次の間に答えよ.
(S 級 3 分 30 秒, A 級 5 分, B 級 8 分, C 級 11 分)

★表で整理

どんな表を作るか. 表の作り方は色々あってセンスが問われる. ここでは大きく分けて次の 2 つだろうか.

表 1 10 円きざみのセルを作って, ○×.

10	×	110	○	210	○	310	○	410	○	510	○
20	×	120	○	220	○	320	○	420	○	520	×
30	○	130	○	230	○	330	○	430	○	530	○
40	×	140	○	240	○	340	○	440	○	540	×
50	○	150	○	250	○	350	○	450	○	550	×
60	○	160	○	260	○	360	○	460	○	560	○
70	×	170	○	270	○	370	○	470	○		
80	○	180	○	280	○	380	○	480	○		
90	○	190	○	290	○	390	○	490	×		
100	○	200	○	300	○	400	○	500	○		

表 2 30・50 の 2 種類をたて・よこに配置.

	0	50	100	150	200	250	300	350
0	0	50	100	150	200	250	300	350
30	30	80	130	180	230	280	330	380
60	60	110	160	210	260	310	360	410
90	90	140	190	240	290	340	390	440
120	120	170	220	270	320	370	420	470
150	150	200	250	300	350	400	450	500
180	180	230	280	330	380	430	480	530
210	210	260	310	360	410	460	510	560

表 1 は作った後, 問題の答えを探しやすいが, 作るのが非常に大変.

表 2 の方が作業スピード・精度が高い. 答えを見つけるのがやや大変.

- (1) 10 円以上 100 円以下で作れる金額を全て言え. **30, 50, 60, 80, 90, 100 円**.
(2) 300 円以上で作れない金額の中で最小のものを言え. **490 円**.

★互いに素 (最大公約数が 1) の応用

30, 50 円切手の枚数をそれぞれ x, y とすると, 金額は $30 \times x + 50 \times y$ となる.

30 と 50 の最大公約数が 10 なので, これは 10 円きざみで全ての金額を作れることを意味する. 実際,

$$30 \times x + 50 \times y = 10 \times (3 \times x + 5 \times y)$$

$x = 2, y = -1$ と考えると, () の中が, $3 \times 2 - 5 \times 1 = 1$ となる. 1 が作れたら, 倍数を考えればあらゆる整数を作ることができるので, 10 円きざみで全ての金額が作れることになる.

この問題では, x, y が 1 から 7 の整数と決まっているので, 作れない金額が出てくるが, ほとんど全て作れることを知っていれば, x, y が極端なときを調べればよいと作業プランがたつ. また, 最低・最高金額で対称性があることを知っていれば (もしくは気づけば), 作業はほぼ半分で済む.

70 円は作れない・80 円以上は作れることがわかったら, (2) の答えは最高金額の 560 円から引いて, $560 - 70 = 490$ 円

2. 50 円切手が 10 枚と 80 円切手が 10 枚ある. 10 円きざみで作ることができる金額についての **表を作り**, 次の間に答えよ.
(S 級 5 分 30 秒, A 級 7 分, B 級 10 分, C 級 14 分)

★ 表で整理

どんな表を作るか. 表の作り方は色々あってセンスが問われる. ここでは大きく分けて次の 2 つだろうか.

表 1 10 円きざみのセルを作って, ○×.

10	×	110	×	210	○	310	○	410	○	510	○	610	○	710	○	810	○	910	○	1010	○
20	×	120	×	220	×	320	○	420	○	520	○	620	○	720	○	820	○	920	○	1020	○
30	×	130	○	230	○	330	○	430	○	530	○	630	○	730	○	830	○	930	○	1030	×
40	×	140	×	240	○	340	○	440	○	540	○	640	○	740	○	840	○	940	○	1040	○
50	○	150	○	250	○	350	○	450	○	550	○	650	○	750	○	850	○	950	○	1050	○
60	×	160	○	260	○	360	○	460	○	560	○	660	○	760	○	860	○	960	○	1060	○
70	×	170	×	270	×	370	○	470	○	570	○	670	○	770	○	870	○	970	○	1070	○
80	○	180	○	280	○	380	○	480	○	580	○	680	○	780	○	880	○	980	○	1080	×
90	×	190	×	290	○	390	○	490	○	590	○	690	○	790	○	890	○	990	○	1090	○
100	○	200	○	300	○	400	○	500	○	600	○	700	○	800	○	900	○	1000	○	1100	○

表 2 50・80 の 2 種類をたて・よこに配置.

	0	80	160	240	320	400	480	560	640	720	800
0	0	80	160	240	320	400	480	560	640	720	800
50	50	130	210	290	370	450	530	610	690	770	850
100	100	180	260	340	420	500	580	660	740	820	900
150	150	230	310	390	470	550	630	710	790	870	950
200	200	280	360	440	520	600	680	760	840	920	1000
250	250	330	410	490	570	650	730	810	890	970	1050
300	300	380	460	540	620	700	780	860	940	1020	1100
350	350	430	510	590	670	750	830	910	990	1070	1150
400	400	480	560	640	720	800	880	960	1040	1120	1200
450	450	530	610	690	770	850	930	1010	1090	1170	1250
500	500	580	660	740	820	900	980	1060	1140	1220	1300

表 1 は作った後, 問題の答えを探しやすいが, 作るのが非常に大変.
表 2 の方が作業スピード・精度が高い. 答えを見つけるのがやや大変.

- (1) 10 円以上 200 円以下で作れる金額を全て言え. **50, 80, 100, 130, 150, 160, 180, 200 円 .**
(2) 300 円以上で作れない金額の中で最小のものを言え. **1030 円 .**

★ 互いに素 (最大公約数が 1) の応用

50, 80 円切手の枚数をそれぞれ x, y とすると, 金額は $50 \times x + 80 \times y$ となる.
50 と 80 の最大公約数が 10 なので, これは 10 円きざみで全ての金額を作れることを意味する. 実際,
 $50 \times x + 80 \times y = 10 \times (5 \times x + 8 \times y)$
 $y = 2, x = -3$ と考えると, () の中が, $8 \times 2 - 5 \times 3 = 1$ となる. 1 が作れたら, 倍数を考えればあらゆる整数を作ることができるので, 10 円きざみで全ての金額が作れることになる.
この問題では, x, y が 1 から 10 の整数と決まっているので, 作れない金額が出てくるが, ほとんど全て作れることを知っていれば, x, y が極端なときを調べればよいと作業プランがたつ. また, 最低・最高金額で対称性があることを知っていれば (もしくは気づけば), 作業はほぼ半分で済む.
270 円は作れない・280 円以上は作れることがわかったら, (2) の答えは最高金額の 1300 円から引いて, $1300 - 270 = 1030$ 円