

反射テスト 約数 階乗 何回割りきれるか 02

1. 次の間に答えよ。(S級40秒, A級1分05秒, B級2分, C級3分)

(1) $1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times 50$ は, 5 で何回割り切れるか.

(2) $1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times 24$ は, 8 で何回割り切れるか.

(3) $1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times 40$ は, 12 で何回割りきれるか.

2. 次の問に答えよ。(S級40秒, A級1分05秒, B級2分, C級3分)

(1) $1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times 60$ は, 7で何回割り切れるか.

(2) $1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times 100$ は, 8で何回割り切れるか.

(3) $1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times 90$ は, 12で何回割りきれぬか.

反射テスト 約数 階乗 何回割りきれるか 02 解答解説

1. 次の間に答えよ。(S級40秒, A級1分05秒, B級2分, C級3分)

★素数(1とその数自身でしか割り切れない自然数. ただし1はのぞく.)

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, …

★素因数分解(素数の積で表すこと. その場合の素数を因数という.)

例 60を素因数分解せよ.

$$60 = 2 \times 2 \times 3 \times 5$$

この例の場合, 「60は因数2をもつ」, 「60の因数は2, 3, 5である」という言い方が可能である.

(1) $1 \times 2 \times 3 \times \dots \times 50$ は, 5で何回割り切れるか.

$$50 \div 5 = 10 \dots 0 \quad \text{素因数5をもつ整数の個数}$$

$$10 \div 5 = 2 \dots 0 \quad \text{上の10個の中で, 素因数5をさらにもう1個もつ整数の個数}$$

$$10 + 2 = 12 \text{回}$$

(2) $1 \times 2 \times 3 \times \dots \times 24$ は, 8で何回割り切れるか.

$8 = 2 \times 2 \times 2 \Rightarrow$ 素因数2で何回割りきれるか考えて, 3乗について計算する.

$$24 \div 2 = 12 \dots 0 \quad \text{素因数2をもつ整数の個数}$$

$$12 \div 2 = 6 \dots 0 \quad \text{上の12個の中で, 素因数2をさらにもう1個もつ整数の個数}$$

$$6 \div 2 = 3 \dots 0 \quad \text{上の6個の中で, 素因数2をさらにもう1個もつ整数の個数}$$

$$3 \div 2 = 1 \dots 1 \quad \text{上の3個の中で, 素因数2をさらにもう1個もつ整数の個数}$$

$$12 + 6 + 3 + 1 = 22 \text{回}$$

よって, 2で22回割りきれれるから, $22 \div 3 = 7 \dots 1 \Rightarrow 7 \text{回}$

(3) $1 \times 2 \times 3 \times \dots \times 40$ は, 12で何回割りきれれるか.

$12 = 2 \times 2 \times 3 \Rightarrow$ 素因数2と3についてそれぞれ何回割りきれれるか考える.

$$40 \div 2 = 20 \dots 0 \quad \text{素因数2をもつ整数の個数}$$

$$20 \div 2 = 10 \dots 0 \quad \text{上の20個の中で, 素因数2をさらにもう1個もつ整数の個数}$$

$$10 \div 2 = 5 \dots 0 \quad \text{上の10個の中で, 素因数2をさらにもう1個もつ整数の個数}$$

$$5 \div 2 = 2 \dots 1 \quad \text{上の5個の中で, 素因数2をさらにもう1個もつ整数の個数}$$

$$2 \div 2 = 1 \dots 0 \quad \text{上の2個の中で, 素因数2をさらにもう1個もつ整数の個数}$$

$$20 + 10 + 5 + 2 + 1 = 38 \text{回} \Rightarrow \text{よって, } 2 \times 2 \text{で } 38 \div 2 = 19 \text{回割れる}$$

$$40 \div 3 = 13 \dots 1 \quad \text{素因数3をもつ整数の個数}$$

$$13 \div 3 = 4 \dots 1 \quad \text{上の13個の中で, 素因数3をさらにもう1個もつ整数の個数}$$

$$4 \div 3 = 1 \dots 1 \quad \text{上の4個の中で, 素因数3をさらにもう1個もつ整数の個数}$$

$$13 + 4 + 1 = 18 \text{回割れる}$$

19回と18回を比べて, 18回の方が少ないので, **18回**

2. 次の間に答えよ。(S級40秒, A級1分05秒, B級2分, C級3分)

★素数(1とその数自身でしか割り切れない自然数. ただし1はのぞく.)

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, …

★素因数分解(素数の積で表すこと. その場合の素数を因数という.)

例 60を素因数分解せよ.

$$60 = 2 \times 2 \times 3 \times 5$$

この例の場合, 「60は因数2をもつ」, 「60の因数は2, 3, 5である」という言い方が可能である.

(1) $1 \times 2 \times 3 \times \dots \times 60$ は, 7で何回割り切れるか.

$$60 \div 7 = 8 \dots 4 \quad \text{素因数7をもつ整数の個数}$$

$$8 \div 7 = 1 \dots 1 \quad \text{上の8個の中で, 素因数7をさらにもう1個もつ整数の個数}$$

$$8 + 1 = 9 \text{回}$$

(2) $1 \times 2 \times 3 \times \dots \times 100$ は, 8で何回割り切れるか.

$8 = 2 \times 2 \times 2 \Rightarrow$ 素因数2で何回割りきれるか考えて, 3乗について計算する.

$$100 \div 2 = 50 \dots 0 \quad \text{素因数2をもつ整数の個数}$$

$$50 \div 2 = 25 \dots 0 \quad \text{上の50個の中で, 素因数2をさらにもう1個もつ整数の個数}$$

$$25 \div 2 = 12 \dots 1 \quad \text{上の25個の中で, 素因数2をさらにもう1個もつ整数の個数}$$

$$12 \div 2 = 6 \dots 0 \quad \text{上の12個の中で, 素因数2をさらにもう1個もつ整数の個数}$$

$$6 \div 2 = 3 \dots 0 \quad \text{上の6個の中で, 素因数2をさらにもう1個もつ整数の個数}$$

$$3 \div 2 = 1 \dots 1 \quad \text{上の3個の中で, 素因数2をさらにもう1個もつ整数の個数}$$

$$50 + 25 + 12 + 6 + 3 + 1 = 97 \text{回}$$

よって, 2で97回割りきれれるから, $97 \div 3 = 32 \dots 1 \Rightarrow 32 \text{回}$

(3) $1 \times 2 \times 3 \times \dots \times 90$ は, 12で何回割りきれれるか.

$12 = 2 \times 2 \times 3 \Rightarrow$ 素因数2と3についてそれぞれ何回割りきれれるか考える.

$$90 \div 2 = 45 \dots 0 \quad \text{素因数2をもつ整数の個数}$$

$$45 \div 2 = 22 \dots 1 \quad \text{上の45個の中で, 素因数2をさらにもう1個もつ整数の個数}$$

$$22 \div 2 = 11 \dots 0 \quad \text{上の22個の中で, 素因数2をさらにもう1個もつ整数の個数}$$

$$11 \div 2 = 5 \dots 1 \quad \text{上の11個の中で, 素因数2をさらにもう1個もつ整数の個数}$$

$$5 \div 2 = 2 \dots 1 \quad \text{上の5個の中で, 素因数2をさらにもう1個もつ整数の個数}$$

$$2 \div 2 = 1 \dots 0 \quad \text{上の2個の中で, 素因数2をさらにもう1個もつ整数の個数}$$

$$45 + 22 + 11 + 5 + 2 + 1 = 86 \text{回} \Rightarrow \text{よって, } 2 \times 2 \text{で } 86 \div 2 = 43 \text{回割れる}$$

$$90 \div 3 = 30 \dots 0 \quad \text{素因数3をもつ整数の個数}$$

$$30 \div 3 = 10 \dots 0 \quad \text{上の30個の中で, 素因数3をさらにもう1個もつ整数の個数}$$

$$10 \div 3 = 3 \dots 1 \quad \text{上の10個の中で, 素因数3をさらにもう1個もつ整数の個数}$$

$$3 \div 3 = 1 \dots 0 \quad \text{上の3個の中で, 素因数3をさらにもう1個もつ整数の個数}$$

$$30 + 10 + 3 + 1 = 44 \text{回割れる}$$

43回と44回を比べて, 43回の方が少ないので, **43回**