

## 反射テスト 整数 因数分解による解法 03

1. 次の方程式を満たす自然数の組  $(a, b)$  を全て求めよ. ( S 級 1 分 15 秒, A 級 2 分, B 級 4 分, C 級 7 分 )

(1)  $ab - a - 2b = 0$

(2)  $\frac{2}{a} + \frac{3}{b} = 1$

2. 次の方程式を満たす自然数の組  $(a, b)$  を全て求めよ. (S 級 1 分 15 秒, A 級 2 分, B 級 4 分, C 級 6 分)

(1)  $ab - 3a - 2b = 0$

(2)  $\frac{2}{a} + \frac{4}{b} = 1$

# 反射テスト 整数 因数分解による解法 03 解答解説

1. 次の方程式を満たす自然数の組  $(a, b)$  を全て求めよ. ( S 級 1 分 15 秒, A 級 2 分, B 級 4 分, C 級 7 分 )

(1)  $ab - a - 2b = 0$

(2)  $\frac{2}{a} + \frac{3}{b} = 1$

★因数分解 = 素因数分解

左辺はこのままだと因数分解できない.

$a(b-1) - 2(b-1)$  の形になれば可能だから,  
 $-2 \times (-1) = 2$  という定数が必要.

両辺 +2 をして,

$$ab - a - 2b + 2 = 2$$

$$\Leftrightarrow a(b-1) - 2(b-1) = 2$$

$$\Leftrightarrow (a-2)(b-1) = 2$$

$a-2$	1	2	-1	-2
$b-1$	2	1	-2	-1

$$\Rightarrow$$

$a$	3	4	1	0
$b$	3	2	-1	0

自然数解を選んで,

$$(a, b) = (3, 3), (4, 2)$$

★因数分解 = 素因数分解

題意から  $a$  も  $b$  も 0 ではないから,

与式を  $ab$  倍して,

$$2b + 3a = ab$$

$$\Leftrightarrow ab - 3a - 2b = 0$$

$$\Leftrightarrow (a-2)(b-3) = 6$$

$a-2$	1	2	3	6	-1	-2	-3	-6
$b-3$	6	3	2	1	-6	-3	-2	-1

$$\Rightarrow$$

$a$	3	4	5	8	1	0	-1	-4
$b$	9	6	5	4	-3	0	1	2

自然数解を選んで,

$$(a, b) = (3, 9), (4, 6), (5, 5), (8, 4)$$

2. 次の方程式を満たす自然数の組  $(a, b)$  を全て求めよ. (S 級 1 分 15 秒, A 級 2 分, B 級 4 分, C 級 6 分)

(1)  $ab - 3a - 2b = 0$

(2)  $\frac{2}{a} + \frac{4}{b} = 1$

★因数分解 = 素因数分解

左辺はこのままだと因数分解できない.

$a(b-3) - 2(b-3)$  の形になれば可能だから,  
 $-2 \times (-3) = 6$  という定数が必要.

両辺 +6 をして,

$$ab - 3a - 2b + 6 = 6$$

$$\Leftrightarrow a(b-3) - 2(b-3) = 6$$

$$\Leftrightarrow (a-2)(b-3) = 6$$

$a-2$	1	2	3	6	-1	-2	-3	-6
$b-3$	6	3	2	1	-6	-3	-2	-1

$$\Rightarrow$$

$a$	3	4	5	8	1	0	-1	-4
$b$	9	6	5	4	-3	0	1	2

自然数解を選んで,

$$(a, b) = (3, 9), (4, 6), (5, 5), (8, 4)$$

★因数分解 = 素因数分解

題意から  $a$  も  $b$  も 0 ではないから,  
 与式を  $ab$  倍して,

$$2b + 4a = ab$$

$$\Leftrightarrow ab - 4a - 2b = 0$$

$$\Leftrightarrow (a-2)(b-4) = 8$$

$a-2$	1	2	4	8	-1	-2	-4	-8
$b-4$	8	4	2	1	-8	-4	-2	-1

$$\Rightarrow$$

$a$	3	4	6	10	1	0	-2	-6
$b$	12	8	6	5	-4	0	2	3

自然数解を選んで,

$$(a, b) = (3, 12), (4, 8), (6, 6), (10, 5)$$