

反射テスト 整数 因数分解による解法 02

1. 次の方程式を満たす自然数の組 (a, b) を全て求めよ. (S 級 50 秒, A 級 2 分, B 級 3 分, C 級 5 分)

(1) $ab - 2a - 3b + 6 = 1$

(2) $ab - 2a - 4b + 1 = 0$

2. 次の方程式を満たす自然数の組 (a, b) を全て求めよ. (S 級 50 秒, A 級 2 分, B 級 3 分, C 級 5 分)

(1) $ab - 3a - 4b + 12 = 1$

(2) $ab - 5a - 6b + 1 = 0$

反射テスト 整数 因数分解による解法 02 解答解説

1. 次の方程式を満たす自然数の組 (a, b) を全て求めよ. (S級 50秒, A級 2分, B級 3分, C級 5分)

(1) $ab - 2a - 3b + 6 = 1$

(2) $ab - 2a - 4b + 1 = 0$

★因数分解 = 素因数分解

$$ab - 2a - 3b + 6 = 1$$

$$\Leftrightarrow a(b-2) - 3(b-2) = 1$$

$$\Leftrightarrow (a-3)(b-2) = 1$$

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline a-3 & 1 & -1 \\ \hline b-2 & 1 & -1 \\ \hline \end{array} \Rightarrow \begin{array}{|c|c|c|} \hline a & 4 & 2 \\ \hline b & 3 & 1 \\ \hline \end{array}$$

$$\therefore (a, b) = (4, 3), (2, 1)$$

★因数分解 = 素因数分解

左辺はこのままだと因数分解できない.

$a(b-2) - 4(b-2)$ の形になれば可能だから,
 $-4 \times (-2) = 8$ という定数が必要.

両辺 +7 をして,

$$ab - 2a - 4b + 8 = 7$$

$$\Leftrightarrow a(b-2) - 4(b-2) = 7$$

$$\Leftrightarrow (a-4)(b-2) = 7$$

$$\begin{array}{|c|c|c|c|} \hline a-4 & 1 & 7 & -1 & -7 \\ \hline b-2 & 7 & 1 & -7 & -1 \\ \hline \end{array} \Rightarrow \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline a & 5 & 11 & 3 & -3 \\ \hline b & 9 & 3 & -5 & 1 \\ \hline \end{array}$$

自然数解を選んで,

$$(a, b) = (5, 9), (11, 3)$$

2. 次の方程式を満たす自然数の組 (a, b) を全て求めよ. (S 級 50 秒, A 級 2 分, B 級 3 分, C 級 5 分)

(1) $ab - 3a - 4b + 12 = 1$

★因数分解 = 素因数分解

$$ab - 3a - 4b + 12 = 1$$

$$\Leftrightarrow a(b - 3) - 4(b - 3) = 1$$

$$\Leftrightarrow (a - 4)(b - 3) = 1$$

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline a-4 & 1 & -1 \\ \hline b-3 & 1 & -1 \\ \hline \end{array} \Rightarrow \begin{array}{|c|c|c|} \hline a & 5 & 3 \\ \hline b & 4 & 2 \\ \hline \end{array}$$

$$\therefore (a, b) = (5, 4), (3, 2)$$

(2) $ab - 5a - 6b + 1 = 0$

★因数分解 = 素因数分解

左辺はこのままだと因数分解できない.

$a(b - 5) - 6(b - 5)$ の形になれば可能だから,
 $-6 \times (-5) = 30$ という定数が必要.

両辺 + 29 をして,

$$ab - 5a - 6b + 30 = 29$$

$$\Leftrightarrow a(b - 5) - 6(b - 5) = 29$$

$$\Leftrightarrow (a - 6)(b - 5) = 29$$

$$\begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline a-6 & 1 & 29 & -1 & -29 \\ \hline b-5 & 29 & 1 & -29 & -1 \\ \hline \end{array}$$

$$\Rightarrow \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline a & 7 & 35 & 5 & -23 \\ \hline b & 34 & 6 & -24 & 4 \\ \hline \end{array}$$

自然数解を選んで,

$$(a, b) = (7, 34), (35, 6)$$