

反射テスト 整数 知識 07 倍数・公倍数

1. 次の問に答えよ。(S級1分, A級2分, B級3分, C級4分)

(1) 12の正の倍数を小さい順に5つ言え.

(2) 異なる2つの素数 p, q がある. p と q の最小公倍数を p と q を用いて表せ.

(3) 3桁の自然数の中に12の倍数は何個あるか.

(4) 40と50の公倍数で1000未満の自然数は何個か.

2. 次の問に答えよ。(S級1分, A級2分, B級3分, C級4分)

(1) ある自然数 n の正の倍数を小さい順に5つ言え.

(2) 異なる2つの素数 p, q がある.
 p^2q^3 と p^5q の最小公倍数を p と q を用いて表せ.

(3) 3桁の自然数の中に15の倍数は何個あるか.

(4) 3で割ると1余り, 4で割ると1余る自然数を
小さい順に5つ言え.

反射テスト 整数 知識 07 倍数・公倍数 解答解説

1. 次の問に答えよ。(S級1分, A級2分, B級3分, C級4分)

(1) 12の正の倍数を小さい順に5つ言え.

12, 24, 36, 48, 60 …答え

★倍数 (multiple)

数列の基本である. 初項と交差が等しい等差数列とも言える.

(2) 異なる2つの素数 p, q がある. p と q の最小公倍数を p と q を用いて表せ.

pq …答え

★最小公倍数 (the least common multiple)

簡単な実例は「2と3の最小公倍数は6」.

☆最小公倍数の求め方

連除法もあるが(反射テスト「最小公倍数01」「02」参照)

ここでは素因数分解による方法を見せよう.

$$40 = 2^3 \times 5^1$$

$$50 = 2^1 \times 5^2$$

各指数で最大のものをとれば最小公倍数になる.

この例の場合, 2の指数は 2^3 と 2^1 で最大の3乗をとる.

同様に5の指数では 5^1 と 5^2 で最大の2乗を考える.

$$\therefore \text{最小公倍数は } 2^3 \times 5^2 = 200$$

ちなみに最大公約数は各指数で最小のものをとる.

この場合は $2^1 \times 5^1 = 10$ となる.

(3) 3桁の自然数の中に12の倍数は何個あるか.

$$999 \div 12 = 83 \cdots 3$$

よって1000未満に83個ある.

$$99 \div 12 = 8 \cdots 3$$

よって100未満に8個ある.

$$\Rightarrow 83 - 8 = 75 \text{ 個} \quad \cdots \text{答え}$$

(4) 40と50の公倍数で1000未満の自然数は何個か.

公倍数は最小公倍数の倍数である. ←★

40と50の最小公倍数は200 ←☆

200の倍数で3ケタのものは,

$$200, 400, 600, 800 \Rightarrow 4 \text{ 個} \quad \cdots \text{答え}$$

ちなみに1000未満であるから1000はダメ.

★公倍数 (common multiple)

公倍数は最小公倍数の倍数である.

2. 次の間に答えよ。(S級1分, A級2分, B級3分, C級4分)

(1) ある自然数 n の正の倍数を小さい順に5つ言え.

$n, 2n, 3n, 4n, 5n$ …答え

★倍数 (multiple)

数列の基本である. 初項と交差が等しい等差数列とも言える.

(2) 異なる2つの素数 p, q がある.

p^2q^3 と p^5q の最小公倍数を p と q を用いて表せ.

p^5q^3 …答え

最小公倍数の求め方

各指数で最大のものをとれば最小公倍数になる.

(3) 3桁の自然数の中に15の倍数は何個あるか.

$$999 \div 15 = 66 \cdots 9$$

よって1000未満に66個ある.

$$99 \div 15 = 6 \cdots 9$$

よって100未満に6個ある.

$$\Rightarrow 66 - 6 = 60 \text{ 個} \quad \cdots \text{答え}$$

(4) 3で割ると1余り, 4で割ると1余る自然数を小さい順に5つ言え.

$$3 \text{ で割ると } 1 \text{ 余り} \Rightarrow 3 \text{ の倍数} + 1$$

$$4 \text{ で割ると } 1 \text{ 余り} \Rightarrow 4 \text{ の倍数} + 1$$

よって両方にあてはまる自然数は,

$$3 \text{ と } 4 \text{ の最小公倍数 } 12 \text{ の倍数} + 1$$

$$\Rightarrow 1, 13, 25, 37, 49 \quad \cdots \text{答え}$$

☆1からスタートするのに注意.

1を3で割ると商は0, 余りは1となるが, 商はべつに自然数でもかまわない.