

反射テスト 整数 知識 01 自然数・整数

1. 次の問に答えよ。(S級 30 秒, A級 1 分, B級 2 分, C級 4 分)

(1) 100 から 200 まで自然数は何個あるか.

(2) 次の命題の真偽を言え.

- ① 自然数 + 自然数 = 自然数
- ② 自然数 - 自然数 = 自然数
- ③ 自然数 \times 自然数 = 自然数
- ④ 自然数 \div 自然数 = 自然数

(3) どんな数にかけても計算結果が等しい整数を言え.

(4) 2つの負の整数がある. その和も積も負の整数になる.
正しいか正しくないか.

(5) $1 \div 0 = a$ 満たす数 a があるとする.
ここから $1 = 0$ を導け.

2. 次の間に答えよ. (S 級 45 秒, A 級 1 分 30 秒, B 級 3 分, C 級 5 分)

(1) 100 から 999 まで自然数は何個あるか.

(2) 次の命題の真偽を言え.

- ① 整数 + 整数 = 整数
- ② 整数 - 整数 = 整数
- ③ 整数 \times 整数 = 整数
- ④ 整数 \div 0 以外の整数 = 整数

(3) 負ではない整数を全てかけるといくらか.

(4) 0 は正の整数と負の整数のどちらであるか.

(5) もしも $1 = 0$ ならば $9 = 4$ であることを証明せよ.

反射テスト 整数 知識 01 自然数・整数 解答解説

1. 次の間に答えよ。(S級30秒, A級1分, B級2分, C級4分)

(1) 100 から 200 まで自然数は何個あるか.

$$200 - 100 + 1 = 101 \text{ 個} \quad \dots \text{答え}$$

★自然数 (*natural number*)

1, 2, 3, 4, 5, 6, ...

これを正の整数 (*positive integer*) とも言う.

☆ 100 個ではない. 差が個数を表すなら, 例えば 1 から 100 までの自然数が $100 - 1 = 99$ 個になってしまう.

(2) 次の命題の真偽を言え.

- ① 自然数 + 自然数 = 自然数
- ② 自然数 - 自然数 = 自然数
- ③ 自然数 × 自然数 = 自然数
- ④ 自然数 ÷ 自然数 = 自然数

上から順に 真, 偽, 真, 偽 ...答え

★命題 (*proposition*)

一般に正しいか正しくないかはっきり言える文のこと.

★真偽 (*true or false*)

真...命題が正しいこと.

偽...命題が正しくないこと.

(3) どんな数にかけても計算結果が等しい整数を言え.

0 をかけるとみんな 0

0 ...答え

★整数 (*integer*)

..., -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, ...

(4) 2つの負の整数がある. その和も積も負の整数になる. 正しいか正しくないか.

裏の裏は表. 積は正の整数 正しくない. ...答え

★負の整数 (*negative integer*)

..., -5, -4, -3, -2, -1

(5) $1 \div 0 = a$ 満たす数 a があるとする.

ここから $1 = 0$ を導け.

$1 \div 0 = a$ の逆算を考えると, $a \times 0 = 1$

$a \times 0 = 0$ であるから, $1 = 0$

★ $\div 0$ をしてはダメ

$1 \div 0 =$ 値なし が正解.

☆前提条件が壊れているのである意味どんな証明をしても正解と言える. 問題になっていない問題だ. しかし $1 \div 0$ が値なしであること考えさせる問題だろう. 数学をするなら1回は考えて欲しい問題.

★不定形 (*indeterminate form*)

$\frac{1}{0}$, 0^0 など, 数値を特定できない形のこと. 値なしと考えるべき形とも言える. 不定形は値を持つと矛盾するため, その扱いに注意が必要である. 矛盾が起きないように周囲の環境を整備すると, 微分やリーマン幾何学など新しい数学が生む土壌でもある.

2. 次の間に答えよ。(S級 45 秒, A級 1 分 30 秒, B級 3 分, C級 5 分)

(1) 100 から 999 まで自然数は何個あるか.

$$999 - 100 + 1 = 900 \text{ 個} \quad \dots \text{答え}$$

★自然数 (*natural number*)

1, 2, 3, 4, 5, 6, ...

これを正の整数 (*positive integer*) とも言う.

☆ 3 桁の自然数が 900 個あることがわかった.

ちなみに 1 桁の自然数は 9 個, 2 桁は 90 個, ...

(2) 次の命題の真偽を言え.

① 整数 + 整数 = 整数

② 整数 - 整数 = 整数

③ 整数 × 整数 = 整数

④ 整数 ÷ 0 以外の整数 = 整数

④は, 割り切れない場合があるので偽

上から順に **真, 真, 真, 偽** ...答え

★閉じている (*closed*)

①が真であることを「整数は加法について閉じている。」
と言い方をする.

(3) 負ではない整数を全てかけるといくらか.

0があるから, **0** ...答え

★非負整数 (*non-negative number*)

0ではない整数を非負整数という.

(4) 0は正の整数と負の整数のどちらであるか.

どちらでもない. ...答え

☆どちらに含んでも不公平. 対称性が崩れる.

★0 (*zero*)

約 2000 年前のインドでこの数が発見 (発明?) されたおかげで, どんな大きい自然数も 0~9 の数字で表すことが可能になった. 桁の利用である.

どんな数に足しても相手を変えない代わりに, どんな数にかけても自分色にそめてしまう. 加法についてはおしとやか, 乗法については乱暴者と言えるだろう (笑).

ちなみに, どんな数も 0 で割ってはいけない. この規則が数学を束縛し, かつ発展させた. ブラックホールや宇宙の創生を考えるとときも常にこの数が付き纏う.

(5) もしも $1 = 0$ ならば $9 = 4$ であることを証明せよ.

$1 = 0$ の両辺を 9 倍すると $9 = 0$

$1 = 0$ の両辺を 4 倍すると $4 = 0$

よって, $9 = 4$

★矛盾 (*contradiction*)

数学 (論理学) では「Aである」と「Aではない」が同時に成り立つことを矛盾 (正確に言えば二律背反 (*antinomy*)) という. 「 $1 = 0$ 」は矛盾の代表例. 1 は 0 ではないのに, 0 であるということで矛盾である. ちなみに矛盾からはどんな話も証明できる.

例 「 $1 = 0$ 」⇒「太陽 = みかん」の証明

$1 = 0$ の両辺に太陽の半径をかけると 太陽の半径 = 0 である. 一方みかんの半径をかけると みかんの半径 = 0 である. ゆえに「太陽の半径 = みかんの半径」である. 同じようにすれば, 重さや体積や水素原子の数など全て等しいので「太陽 = みかん」と言える.

「無理が通れば道理引っ込む」ということである (笑).