

## 反射テスト 整数 整式の割り算と余り 02

1. 2つの自然数  $m, n$  がある.  $m$  は 6 で割ると商が  $a$  で余り 5,  $n$  は 8 で割ると商が  $b$  で余り 3 となる.  
(S 級 1 分 40 秒, A 級 2 分 45 秒, B 級 4 分, C 級 6 分)

- (1)  $m, n$  をそれぞれ  $a, b$  で表せ. (2)  $m^2$  を 4 で割ったときの商と余りを求めよ.

- (3)  $mn$  を 2 で割ったときの商と余りを求めよ. (4)  $(m - 8)n$  を 6 で割ったときの商と余りを求めよ.

2. 2つの自然数  $m, n$  がある.  $m$  は 12 で割ると商が  $a$  で余り 3,  $n$  は 20 で割ると商が  $b$  で余り 14 となる.  
( S 級 1 分 40 秒, A 級 2 分 45 秒, B 級 4 分, C 級 6 分 )

(1)  $m, n$  をそれぞれ  $a, b$  で表せ.

(2)  $m^2$  を 6 で割ったときの商と余りを求めよ.

(3)  $mn$  を 4 で割ったときの商と余りを求めよ.

(4)  $m(n - 25)$  を 12 で割ったときの商と余りを求めよ.

## 反射テスト 整数 整式の割り算と余り 02 解答解説

1. 2つの自然数  $m, n$  がある.  $m$  は 6 で割ると商が  $a$  で余り 5,  $n$  は 8 で割ると商が  $b$  で余り 3 となる.  
(S 級 1 分 40 秒, A 級 2 分 45 秒, B 級 4 分, C 級 6 分)

(1)  $m, n$  をそれぞれ  $a, b$  で表せ.

$$m = 6a + 5$$

$$n = 8b + 3$$

### ★商と余り

A を B で割ると商が  $x$ , 余りが  $y$

$$\Rightarrow A = Bx + y$$

割り算の逆算のイメージで式をつくる.

注意としては, 余りは  $0 \sim B - 1$ .

また, 以下の形では方程式は作れない.

$$A \div B = x \cdots y$$

(2)  $m^2$  を 4 で割ったときの商と余りを求めよ.

$$m^2 = (6a + 5)^2$$

$$= 36a^2 + 60a + 25$$

$$= 4(9a^2 + 15a + 6) + 1$$

$$\text{商} \quad 9a^2 + 15a + 6$$

$$\text{余り} \quad 1$$

(3)  $mn$  を 2 で割ったときの商と余りを求めよ.

$$mn = (6a + 5)(8b + 3)$$

$$= 48ab + 18a + 40b + 15$$

$$= 2(24ab + 9a + 20b + 7) + 1$$

$$\text{商} \quad 24ab + 9a + 20b + 7$$

$$\text{余り} \quad 1$$

(4)  $(m - 8)n$  を 6 で割ったときの商と余りを求めよ.

$$(m - 8)n = (6a + 5 - 8)(8b + 3)$$

$$= (6a - 3)(8b + 3)$$

$$= 48ab + 18a - 24b - 9$$

$$= 6(8ab + 3a - 4b - 2) + 3$$

$$\text{商} \quad 8ab + 3a - 4b - 2$$

$$\text{余り} \quad 3$$

☆6 で割るから, 余りは  $0 \sim 5$

$-9$  は 6 で割ると商が  $-2$ , 余りが  $3$  となる.

$$-9 = 6 \times (-1) + (-3) \quad \leftarrow \text{余りが } 0 \sim 5 \text{ ではない.}$$

$$-9 = 6 \times (-2) + (+3) \quad \leftarrow O.K.$$

商をずらして余りが  $0 \sim 5$  になるように調整する.

この辺の手順は反射テスト「負の余り」参照.

2. 2つの自然数  $m, n$  がある.  $m$  は 12 で割ると商が  $a$  で余り 3,  $n$  は 20 で割ると商が  $b$  で余り 14 となる.

( S 級 1 分 40 秒, A 級 2 分 45 秒, B 級 4 分, C 級 6 分 )

(1)  $m, n$  をそれぞれ  $a, b$  で表せ.

$$m = 12a + 3$$

$$n = 20b + 14$$

★商と余り

A を B で割ると商が  $x$ , 余りが  $y$

$$\Rightarrow A = Bx + y$$

割り算の逆算のイメージで式をつくる.

注意としては, 余りは  $0 \sim B - 1$ .

また, 以下の形では方程式は作れない.

$$A \div B = x \cdots y$$

(2)  $m^2$  を 6 で割ったときの商と余りを求めよ.

$$m^2 = (12a + 3)^2$$

$$= 144a^2 + 72a + 9$$

$$= 6(24a^2 + 12a + 1) + 3$$

$$\text{商} \quad 24a^2 + 12a + 1$$

$$\text{余り} \quad 3$$

(3)  $mn$  を 4 で割ったときの商と余りを求めよ.

$$mn = (12a + 3)(20b + 14)$$

$$= 240ab + 168a + 60b + 42$$

$$= 4(60ab + 42a + 15b + 10) + 2$$

$$\text{商} \quad 60ab + 42a + 15b + 10$$

$$\text{余り} \quad 2$$

(4)  $m(n - 25)$  を 12 で割ったときの商と余りを求めよ.

$$m(n - 25) = (12a + 3)(20b + 14 - 25)$$

$$= (12a + 3)(20b - 11)$$

$$= 240ab - 132a + 60b - 33$$

$$= 12(20ab - 11a + 5b - 3) + 3$$

$$\text{商} \quad 20ab - 11a + 5b - 3$$

$$\text{余り} \quad 3$$

☆ 12 で割るから, 余りは  $0 \sim 11$

$-33$  は 12 で割ると商が  $-3$ , 余りが 3 となる.

$$-33 = 12 \times (-1) + (-21) \quad \leftarrow \text{余りが } 0 \sim 11 \text{ ではない.}$$

$$-33 = 12 \times (-2) + (-9) \quad \leftarrow \text{余りが } 0 \sim 11 \text{ ではない.}$$

$$-33 = 12 \times (-3) + (+3) \quad \leftarrow O.K.$$

商をずらして余りが  $0 \sim 11$  になるように調整する.

この辺の手順は反射テスト「負の余り」参照.